

Univerza v Ljubljani
Fakulteta *za elektrotehniko*



ENERGETSKI PRETVORNIKI IN ELEKTRARNE II

Avditorne in laboratorijske vaje

Avtorji: Matjaž Bobnar, Ludvik Bartelj, Andrej Gubina, Boštjan Blažič

Ljubljana, 2012

Kazalo

Kazalo	2
1 Osnove termodinamike	4
1.1 Veličine stanja	4
1.1.1 Volumen	4
1.1.2 Tlak	5
1.1.3 Temperatura	5
1.1.4 Toplotno raztezanje	6
1.1.5 Gostota	6
1.1.6 Termična enačba stanja	6
2 Prvi zakon termodinamike	7
2.1 Osnovne enačbe v termodinamiki	7
2.2 Notranja energija	9
2.3 Volumsko delo	9
2.4 Entalpija	10
2.5 Tehnično delo	10
3 Drugi zakon termodinamike	11
3.1 Toplotni stroji	11
3.2 Reverzibilni in ireverzibilni procesi	12
3.3 Entropija	12
4 Preobrazbe idealnih plinov	14
4.1 Preobrazba pri konstantnem volumnu – IZOHORA	14
4.2 Preobrazba pri stalnem tlaku - IZOBARA	15
4.3 Preobrazba pri konstantni temperaturi – IZOTERMA	17
4.4 Preobrazba pri stalni toploti - ADIABATA	18
4.5 Politropska preobrazba – POLITROPA :	20
5 Krožni procesi	21
5.1 Ottov cikel	21
5.2 Diesel-ov cikel	22
5.3 Carnot-ov cikel	23
5.4 Krožni proces za vodno paro	24
5.4.1 Diagrami stanja za vodo	24
5.5 Carnotov proces za vodno paro	25
5.6 Rankine-Clausiusov proces za vodno paro	27
5.7 Cikel v plinski turbini	28

Energetski pretvorniki in elektrarne	avditorne vaje
6 Naloge	30
6.1 Vaja 1	30
6.2 Vaja 2	30
6.3 Vaja 3	31
6.4 Vaja 4	31
6.5 Vaja 5	32
6.6 Vaja 6	33
6.7 Vaja 7	33
6.8 Vaja 8	34
6.9 Vaja 9	35
6.10 Vaja 10.....	36
6.11 Vaja 11.....	36
6.12 Vaja 12.....	38
6.13 Vaja 13.....	39
6.14 Vaja 14.....	40
6.15 Vaja 15.....	41
6.16 Vaja 16.....	43
6.17 Vaja 17.....	45
6.18 Vaja 18.....	47
6.19 Vaja 19.....	49
6.20 Vaja 20.....	50

1 Osnove termodinamike

Termodinamika je veda fizike, ki preučuje energijo, njeno pretvarjanje med različnimi oblikami, kot je toplota, in sposobnost opravljanja dela.

1.1 Veličine stanja

Stanje sistema ali delovnega medija podamo z navedbo določenega števila fizikalnih vrednosti, ki jih imenujemo veličine stanja. Nekatere lahko merimo, kot npr. volumen, tlak, masa, druge pa lahko po posebnih predpisih iz merljivih veličin izračunamo.

Termodinamiko opredeljujejo termodinamične veličine:

- absolutna temperatura (T) v K,
- tlak (p),
- prostornina (V), specifična prostornina ($v=V/m$),
- masa (m),
- gostota (ρ).

1.1.1 Volumen

Če volumen nekega sistema V delimo z njegovo maso m , dobimo specifični volumen:

$$v = \frac{V}{m} \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

Če volumen delimo z molsko količino, dobimo molški volumen:

$$v_m = \frac{v}{n} \left[\frac{m^3}{kmol} \right]$$

Zvezo med specifičnimi in molskimi veličinami dobimo enostavno:

$$v = \frac{V}{m} = \frac{V}{M \cdot n} = \frac{V_m}{M}$$

in

$$v_m = M \cdot v$$

Kjer je:

- m – masa,
- n – molska količina,
- M – m/n molska masa v kg/kmol.

V splošnem torej dobimo molske veličine kot produkt molske mase in specifične veličine. Molska masa je za vsako kemijsko snov karakteristična konstanta.

1.1.2 Tlak

Tlak ali pritisk (oznaka p) je kot fizikalna intenzivna količina razmerje med velikostjo ploskovno porazdeljene sile F in površino ploskve S , na katero ta sila prijmlje.

$$p = \frac{F}{S} \left[\text{Pa} = \frac{1\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

Za navedbo tlaka pogosto uporabljamo večjo enoto

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

Dejansko vrednost tlaka imenujemo absolutni tlak p .

Višek tlaka nad tlakom okolice p_{ok} imenujemo nadtlak p_n in ga izmerimo z manometrom, primanjkljaj tlaka pod atmosferskim, imenujemo podtlak ali vakuum p_v in ga merimo z vakuummetrom.

$$p = p_{\text{ok}} + p_n$$

$$p = p_{\text{ok}} - p_v$$

V tehniki razlikujemo tri vrste tlakov: absolutni, manometrski in barometrski. Tlak s katerim zrak pritiska vsa telesa se imenuje barometrski. Meri se s pomočjo barometra.

Tlak, ki ga merimo v kotlu s pomočjo manometra se imenuje manometrski ali nadtlak. Vsota barometriškega in manometriškega tlaka nam daje absolutni tlak.

$$p = p_b + p_m$$

1.1.3 Temperatura

Temperatura je ena osnovnih termodinamičnih spremenljivk, ki določa stanje teles. Pod vplivom toplote se lahko spreminja agregatno stanje. Voda se pri dovajanju toplote pretvori v paro, ko jo hladimo pa se pretvori v led. Vsa tri agregatna stanja so posledica toplotnega procesa kateremu je izpostavljena snov. Merimo jo s termometrom.

Poznamo več temperaturnih lestvic:

- Fahrenheitova temperaturna lestvica,

Iz Fahrenheitove lestvice lahko preračunamo temperaturo v Celzijevo:

$$T(^{\circ}\text{C}) = (T(^{\circ}\text{F}) - 32 \text{ }^{\circ}\text{F})/1,8$$

Formula za obratno pretvorbo je:

$$T(^{\circ}\text{F}) = 1,8 T(^{\circ}\text{C}) + 32$$

- Rankinova temperaturna lestvica,
- Reaumurjeva temperaturna lestvica,
- Celzijeva temperaturna lestvica,
- absolutna ali Kelvinova temperaturna lestvica

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15 \text{ K}$$

1.1.4 Toplotno raztezanje

Vsa telesa, z malo izjemami, pri segrevanju povečujejo volumen.

Poznamo linearno in prostorninsko raztezanje.

1.1.5 Gostota

Gostota (specifična masa) katerekoli homogene snovi (trdo telo, plin ali para) je razmerje mase m in volumna V , ki jo snov zavzema

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{v} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

Specifični volumen je torej recipročna vrednost gostote.

1.1.6 Termična enačba stanja

Enostaven homogeni sistem ima v vsakem ravnotežnem stanju določene vrednosti veličin p , v in T , ki morajo biti konstantne v celem sistemu. Notranje stanje takega sistema je določeno z navedbo dveh veličin stanja, tretja veličina stanja je v vsakem ravnotežnem stanju funkcija prvih dveh. Tako lahko zapišemo enačbo:

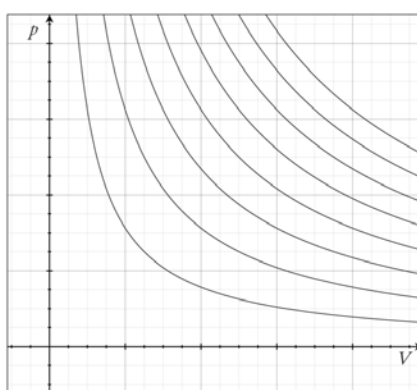
$$F(p, v, T) = 0;$$

Ki jo imenujemo termična enačba stanja faze. Veličine p , v in T so termične veličine stanja.

Mogoče je napisati v eksplicitni obliki enačbo za katero koli spremenljivko, pa dobimo:

$$v = f_1(p, T), \quad p = f_2(v, T), \quad T = f_3(p, v)$$

Termične enačbe stanja lahko prikažemo tudi grafično. Diagrame, ki nam ponazarjajo enačbe stanja, imenujemo diagrame stanja.



Slika1: Diagram stanja

Enačbe stanja veljajo za homogene sisteme, ki so v notranjem ravnotežju.

2 Prvi zakon termodinamike

To je zakon o ohranitvi energije, ki pravi, da energija se ne da iz nič ustvariti, niti se je ne da v nič pretvoriti, da se jo le pretvoriti iz ene oblike v drugo obliko. Tako tudi mehanskega dela ne moremo proizvajati iz ničesar. Stroj, ki bi proizvajal mehansko delo iz ničesar, se imenuje perpetuum mobile prve vrste. Takšnega stroja po zakonu o ohranitvi energije ni mogoče napraviti.

Vsota vseh energij v zaključenem sistemu je vedno konstantna.

Energije razdelimo v dve skupini:

1. nakopičene energije

- potencialna energija – energija zaradi lege,
- kinetična energija – energija zaradi gibanja,
- notranja energija – energija, ki je nakopičena v notranjosti nekega sistema.

2. prehodne energije, ki pri procesih prehajajo meje sistemov in za katere je značilna njihova kratkotrajnost. Pajavljajo se samo takrat kadar nakopičena energija menja svojo obliko oziroma prehaja iz enega sistema v drugega

- mehansko delo,
- energija električnega toka,
- toplota.

Za vse oblike energije velja zakon o ohranitvi energije.

Sprememba notranje energije sistema = dovedena toplota – oddano delo

$$\Delta U = Q - W$$

$$dU = dQ - dW$$

2.1 Osnovne enačbe v termodinamiki

Potrebna toplota, da masi naraste temperatura za $d\vartheta$

$$dQ = c \cdot m \cdot d\vartheta$$

Kjer je:

c ... specifična toplota, ki pove koliko toplote moramo dovesti telesu z maso 1 kg, da se segreje za 1K.

c_v ...pri konstantnem volumnu $dQ_v = c_v \cdot m \cdot d\vartheta$

c_p ...pri konstantnem tlaku $dQ_p = c_p \cdot m \cdot d\theta$

Enačba stanja plina

$p \cdot V = m \cdot R \cdot T$ → ena stanja plina

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T / m$$

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$p \cdot V \cdot M = m \cdot M \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V \cdot M = m \cdot R_n \cdot T$$

$$p \cdot V = n \cdot R_n \cdot T$$

Kjer je:

R ... plinska konstanta,

n ... število molov,

m=nM... (M – molska masa).

To je klasična PLINSKA ENAČBA, ki definira termodinamiko in termodinamične veličine stanja. To enačbo lahko tudi zapišemo kot:

Konstantna masa/št. molov:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$R_n = M \cdot R = 8315 \text{ J/molK}$ (univerzalna plinska konstanta)

Normirano plinsko enačbo :

$$p \cdot v = R \cdot T$$

pri čemer je R sedaj nova plinska konstanta, specifična za posamezne pline. Največkrat bomo uporabljali naslednje vrednosti:

Tabela 1: Vrednosti plinskih konstant

MEDIJ	R [J/kgK]
Kisik	259,8
Zrak	287,0
CO2	188,8

2.2 Notranja energija

Kot notranjo energijo U , nekega telesa razumemo vsoto potencialne energije (funkcija položaja in medsebojnih sil) in kinetične energije (funkcija mase in hitrosti) njihovih molekul. Potencialna energija je funkcija medsebojnega položaja in medsebojnih privlačnih sil molekul in atomov telesa. Kinetična energija je odvisna od njihove mase in hitrosti gibanja.

Notranja energija je odvisna od stanja telesa, tako ima za določeno stanje, določeno notranjo energijo.

Za idealne pline je notranja energija le funkcija temperature $U = f(\vartheta)$

Segrevanje plina pri stalni prostornini (plin ne opravlja zunanjega mehničnega dela, vsa dovedena toplota gre za povečanje notranje energije):

$$Q = c_v \cdot m \cdot d\vartheta = U_2 - U_1$$

To pomeni, da se vsa dovedena toplota porabi za povečanje notranje energije.

Notranja energija je ekstenzivna veličina, zato lahko definiramo tudi specifično notranjo energijo.

$$u = \frac{U}{m}$$

Oznake veličin :

- male črke (u) = specifične termodinamične veličine normirane na enoto mase,
- velike črke (U) = absolutne termodinamične veličine .

2.3 Volumsko delo

Zunanje delo W_o se oddaja okolici, pri povečanju prostornine plinov ali kapljevin.

Zunanje delo, ki ga dobimo pri povečanju prostornine mase 1 kg plina za $\Delta v = S \cdot \Delta h$, znaša:

$$\Delta w_o = p \cdot \Delta v$$

Zunanje delo, ki ga opravi nek plin pri ekspanziji od tlaka p_1 in volumna v_1 , na tlak p_2 in volumen v_2 :

$$w_o = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = \int_{v_1}^{v_2} p(v) \cdot dv$$

Delo na račun spremembe volumna, delo se oddaja okolici pri spremembi volumna in tlaka.

Ekspanzija plina je izvršena na račun dovedene toplote q , prav tako tudi delo W_o in sprememba notranje energije. Zato lahko zapišemo:

$$q = u_2 - u_1 + W_0 = \Delta u + W_0$$

ali

$$dq = du + dW_0 = du + p \cdot dv$$

To so matematični izrazi za prvi glavni zakon termodinamike.

Za idealni plin je specifična toplota pri stalnem volumnu;

$$dq = c_v \cdot d\vartheta + p \cdot dv$$

$$q = c_v (\vartheta_2 - \vartheta_1) + \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv$$

2.4 Entalpija

Entalpija je definirana kot vsota notranje energije U in dela $p \cdot V$.

$$I = U + p \cdot V$$

Izraz $U + p \cdot V$ predstavlja entalpijo ali vsebino toplote pri konstantnem tlaku. Včasih označujemo entalpijo tudi s H .

Specifična entalpija telesa mase 1 kg je enaka:

$$i = \frac{I}{m}$$

Pri spremembi stanja pri $p = \text{konst.}$ velja:

$$c_p = \frac{dq}{dT}$$

$$di = dq = c_p \cdot dT$$

$$i_2 = i_1 + c_p \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

2.5 Tehnično delo

Z diferenciranjem enačbe $i = u + p \cdot v$ dobimo:

$$di = du + p \cdot dv + v \cdot dp$$

kjer je $dq = du + p \cdot dv$, lahko pišemo:

$$di = dq + v \cdot dp$$

Z integracijo tega izraza dobimo:

$$q = i_2 - i_1 - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp = i_2 - i_1 + w_t$$

Tehnično delo (delo na račun spremembe tlaka, se oddaja pri spremembi tlaka).

$$w_t = - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp$$

3 Drugi zakon termodinamike

Drugi zakon termodinamike dopolnjuje prvega, ker z njim določimo pogoje pri katerih je mogoče pretvarjanje toplotne v mehanično energijo.

Nekatere formulacije drugega glavnega zakona termodinamike so:

- Toplota ne more prehajati sama od sebe s telesa z nižjo temperaturo na telo z višjo temperaturo.
- Da se toplota pretvori v mehanično energijo, morata obstajati vsaj dva izvora toplote različne temperature, hladni in topli. Nikoli se ne pretvori vsa količina toplote, ker se del vedno izgubi.
- Ni mogoč periodično delujoč stroj, ki bi črpal toploto iz kalorične notranje energije enega samega telesa in to toploto pretvarjal v delo, ne da bi pri tem še druga, pri dogodku udeležena telesa utrpela trajne spremembe.

Takšen stroj imenujemo perpetuum mobile druge vrste.

- **Vsi naravni procesi so nepovračljivi.**

Ugotovitve, da vsi naravni procesi potekajo sami od sebe le v eni smeri, izraža drugi glavni zakon termodinamike.

Povračljivi procesi so le idealizirani mejni primeri nepovračljivih procesov.

Povračljive (reverzibilne) procese imenujemo tiste procese, ki potekajo v obeh smereh in na mediju ne nastanejo nobene spremembe (izparevanje, kondenzacija, kompresija in ekspanzija).

Nepovračljivi (ireverzibilni) procesi so oni, ki so mogoči le v eni smeri (prehod toplote, trenje, dušenje, mešanje plinov in kapljevine).

3.1 Toplotni stroji

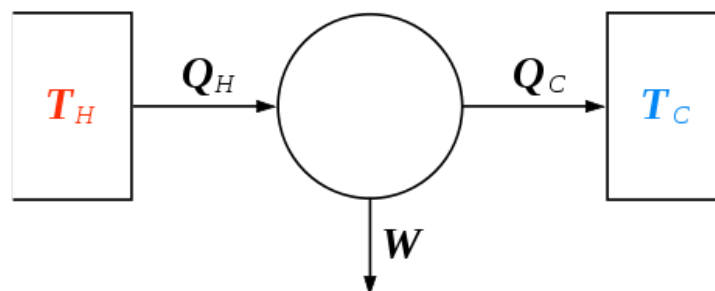
V nekaterih primerih je mehanska energija neposredno na voljo, npr. hidroenergija ali vetrna energija. Energija fosilnih goriv in jedrska energija pa so viri toplotne energije (lahko jo direktno uporabimo za ogrevanja), ki jo lahko pretvorimo v mehansko energijo s pomočjo toplotnih strojev, ki izvajajo ciklični proces.

Vsi toplotni stroji jemljejo toploto iz vročega rezervoarja, del toplote pretvorijo v mehansko delo in preostanek toplote oddajo hladnemu rezervoarju. Če je proces ciklični, sta začetna in končna notranja energija enaki:

$$\Delta U = Q - W = 0 \Rightarrow Q = W$$

Drugi zakon termodinamike: toplota, ki jo dovajamo stroju, se pretvori v delo.

Drugi zakon termodinamike: nemogoče je zgraditi toplotni stroj, ki obratuje ciklično in bi pretvarjal toploto v delo s 100 % izkoristkom. Stroj, ki krši ta zakon, je perpetuum mobile druge vrste (npr. ladja, ki črpa toploto iz oceana).



Slika 2: Prehod toplote

Termični izkoristek stroja:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H + Q_C}{Q_H} = 1 + \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right|$$

3.2 Reverzibilni in ireverzibilni procesi

Reverzibilni proces je proces, kjer je na koncu procesa mogoče vrniti sistem in okolico sistema v enako stanje kot na začetku. Termodinamični procesi v naravi so ireverzibilni procesi, kar je posledica drugega zakona termodinamike:

- mešanje viskozne tekočine: izotermna pretvorba dela v sistemu ($\Delta U=0$) v notranjo energijo toplotnega rezervoarja (pretvorba Q nazaj v delo ni možna s 100 % izkoristkom),
- ekspanzija plina v vakuum: poveča se volumen, T je konstantna (povraten proces zahteva kompresijo pri konstantni T , kjer se W za delo črpa iz Q plina – ta se ob kompresiji segreva),
- spontan prehod toplote iz toplejšega na hladnejše telo.

Pretvorba dela v toploto zaradi trenja (trenje, viskoznost, električna upornost, magnetna histereza); proces brez trenja ne bi kršil prvega ali drugega zakona termodinamike = perpetuum mobile tretje vrste.

3.3 Entropija

Entropija je merilo za nered.

Primer: plinu dovajamo toploto dQ in pustimo, da se plin razširi ravno toliko, da se temperatura ne spremeni ($dT=0 \Rightarrow dU=0$).

$$dQ = dW = pdV = \frac{mRT}{V} dV$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{dQ}{mRT}$$

Po ekspanziji je plin v bolj neurejenem stanju (molekule se gibajo v večjem volumnu in imajo več možnih pozicij). Merilo za povečanje nereda je torej dV/V , ki je proporcionalen dQ/T . Entropija za reverzibilni proces je definirana kot:

$$dS = \frac{dQ}{T} \text{ J/K}$$

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \text{ J/K}$$

Entropija je odvisna samo od stanja sistema in ne od zgodovine sistema. Računamo spremembo entropije in ne njene absolutne vrednosti. Pri reverzibilnih procesih je sprememba entropije sistema in okolice sistema (entropija vesolja) enaka 0.

Skupna sprememba entropije pri kateremkoli reverzibilnem krožnem procesu je enaka 0.

Pri ireverzibilnih procesih je skupna sprememba entropije (entropija vesolja) vedno večja od 0.

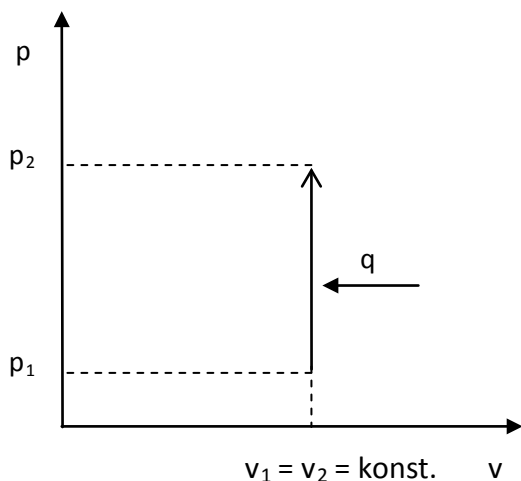
Drugi zakon termodinamike: $\Delta S \geq 0$.

4 Preobrazbe idealnih plinov

4.1 Preobrazba pri konstantnem volumnu – IZOHORA

Dovajanje toplote, temperatura in tlak naraščata, volumen pa ostane konstanten.

Primer: ekonom lonec.



Slika 3: Izohorna preobrazba

Enačba izohore :

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1$$

$$v = konst \Rightarrow v_1 = v_2 = v$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{enačba izohore}$$

$$\text{Volumsko delo} = \text{zunanje delo} : w_o = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = 0$$

$$\text{Tehnično delo} = \text{notranje delo} : w_t = - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp = v \cdot (p_1 - p_2)$$

$$\text{Dovedena toplota } q : dq = du + p \cdot dv \quad dv = 0 \Rightarrow dq = du$$

Vsa dovedena toplota v sistem je enaka spremembi notranje energije !

$$Q = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$\text{Specifična toplota} : R = c_p - c_v ; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

κ ... kapa = razmerje med specifično toploto pri konstantnem tlaku (c_p) in specifično toploto pri konstantnem volumnu (c_v)

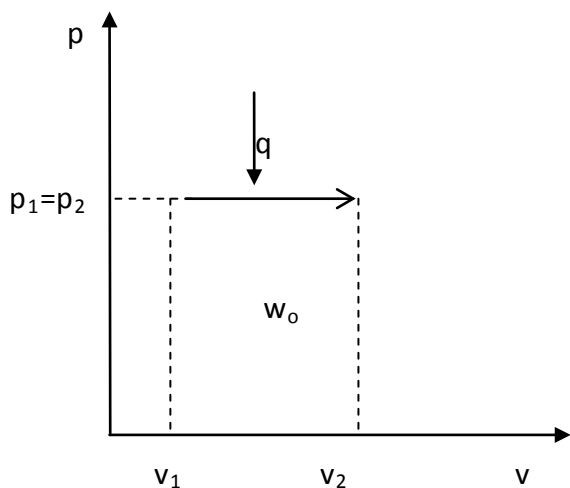
$$R = c_p - \frac{c_p}{\kappa} = c_p \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} \Rightarrow c_p = \frac{R \cdot \kappa}{\kappa - 1}; \quad c_v = \frac{R}{\kappa - 1}$$

$$Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T = m \cdot \frac{R}{\kappa - 1} \cdot \Delta T; \quad Q = m \cdot q$$

$$q = \frac{R}{\kappa - 1} \cdot (T_2 - T_1)$$

4.2 Preobrazba pri stalnem tlaku - IZOBARA

Dovajamo toploto, pri konstantnem tlaku volumen in temperatura naraščata.



Slika 4: Izobarna sprememba

Enačba izobare :

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1 \quad ; \quad p_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2$$

$$p = konst \Rightarrow p_1 = p_2 = p$$

$$\frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2} = konst \quad \text{ta enačba opisuje našo izobaro}$$

Volumsko delo (delo volumna, zunanje delo) : $w_0 = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = p \cdot (v_2 - v_1)$

Tehnično delo (delo tlaka, notranje delo) : $w_t = - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp = 0 \quad (dp = 0)$

$$\text{Dovedena toplota } q : dq = di - v \cdot dp \quad dp = 0 \Rightarrow dq = di$$

Vsa dovedena toplota v sistem je enaka spremembi entalpije (=vsebnost toplote pri konstantnem tlaku)!

$$Q = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$$\text{Specifična toplota : } R = c_p - c_v ; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$R = c_p - \frac{c_p}{\kappa} = c_p \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa} \Rightarrow c_p = \frac{R \cdot \kappa}{\kappa - 1} ; \quad c_v = \frac{R}{\kappa - 1}$$

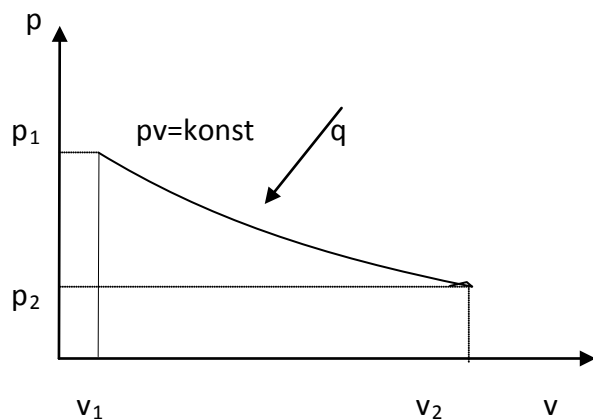
$$R = \frac{p \cdot v}{T}$$

$$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T = m \cdot \frac{R \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot \Delta T = m \cdot \frac{\kappa \cdot p}{\kappa - 1} \cdot \Delta v = m \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot p \cdot (v_2 - v_1) ; \quad Q = m \cdot q$$

$$q = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot w_0$$

4.3 Preobrazba pri konstantni temperaturi – *IZOTERMA*

Pri konstantni temperaturi dovajamo toploto q . Volumen in tlak sta v obratnem sorazmerju.



Slika 5: Izotermna preobrazba

Enačba izoterme :

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1 \quad ; \quad p_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2$$

$$T = konst \Rightarrow T_1 = T_2 = T$$

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 = R \cdot T = K = konst \quad \text{Ta enačba opisuje našo izotermo.}$$

Volumsko delo :

$$w_o = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{K}{v} \cdot dv = K \cdot \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Tehnično delo :

$$w_t = - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp = -K \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = K \cdot \ln \frac{p_1}{p_2} = K \cdot \ln \frac{K/v_1}{K/v_2} = K \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = w_o$$

Obe vrsti dela sta po absolutni vrednosti enaki (funkcija je simetrična na $f(x)=y=x$) !

Dovedena toplota q : $dq = du + p \cdot dv$

$$\Delta T = 0 \Rightarrow du = 0 \Rightarrow dq = p \cdot dv$$

(Pri idelanih plinih je $u=f(T)$)

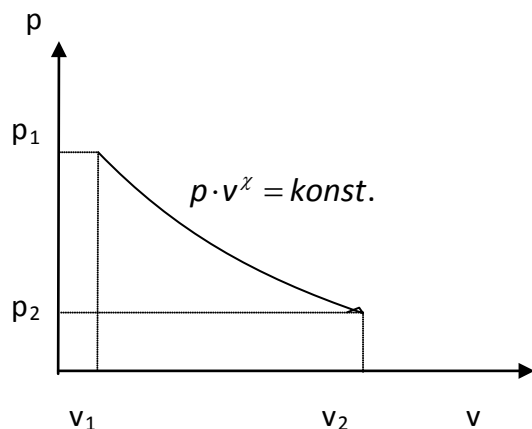
$$q = w_o = K \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = w_t$$

Dovedena toplota je kar enaka volumskemu oziroma tehničnemu delu!

4.4 Preobrazba pri stalni toploti - ADIABATA

To je pretvorba, ki poteka brez izmenjave toplote. Je idealna preobrazba pri vseh toplotnih strojih.

$$\Delta Q = 0 \Rightarrow \text{entropija je konstantna } (S = \text{konst})$$



Slika 6: Adiabatsna preobrazba

Volumsko delo se opravi na račun porabe energije nosilca toplote:

Dovedena toplota q :

$$dq = du + p \cdot dv = 0 \quad , \quad (\Delta q = 0)$$

$$du = -p \cdot dv = w_0$$

Notranja energija:

$$du = c_v \cdot dT = c_v (T_1 - T_2)$$

Enačba adiabate :

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1 \quad (\text{začetno stanje}) \quad ; \quad p_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2 \quad (\text{končno stanje})$$

$$p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2 = R \cdot (T_1 - T_2)$$

$$du = c_v (T_1 - T_2) = c_v \frac{p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2}{R} = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2)$$

upoštevamo še:

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1}$$

$$p \cdot v^\kappa = K = \text{konst} \quad ; \quad p \cdot v = R \cdot T$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\kappa-1}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \text{To so enačbe adiabat.}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\kappa}$$

Volumsko delo :

$$\begin{aligned} w_0 &= \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv = p_1 \cdot v_1^{\kappa} \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{v^{\kappa}} dv = p_1 \cdot v_1^{\kappa} \cdot \frac{1}{\kappa-1} \cdot \left[\frac{1}{v_1^{\kappa-1}} - \frac{1}{v_2^{\kappa-1}} \right] = \frac{p_1 \cdot v_1}{\kappa-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} \right] = \\ &= \frac{1}{\kappa-1} \cdot [p_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot v_2] \end{aligned}$$

$$p_1 \cdot v_1^{\kappa} = p_2 \cdot v_2^{\kappa} = p \cdot v^{\kappa} = K \quad \Rightarrow \quad p = \frac{p_1 \cdot v_1^{\kappa}}{v^{\kappa}} = \frac{K}{v^{\kappa}}$$

Tehnično delo (teoretično delo toplotnih strojev):

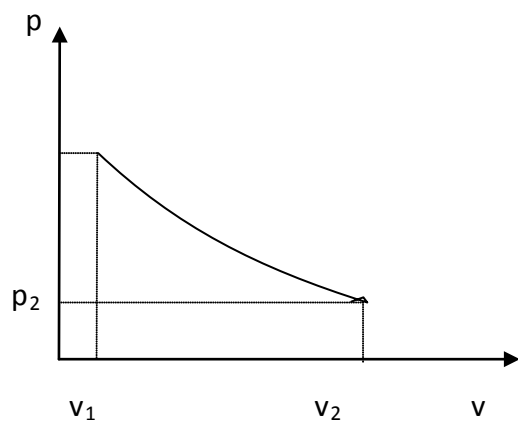
$$w_t = - \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp = \kappa \cdot w_0$$

Adiabata mora črpati energijo iz samega sistema. Za ne idealne procese (izmenjava toplote z okolico), se pravi procese v naravi, nam adiabata ne koristi. Uporabimo pa lahko politropske spremembe!

4.5 Politropska preobrazba – POLITROPA :

Ta preobrazba je zelo podobna adiabatni. Namesto eksponenta pri adiabatni κ pišemo n .

Upoštevamo ne idealne razmere – izgube (izmenjavo toplote z okolico)!

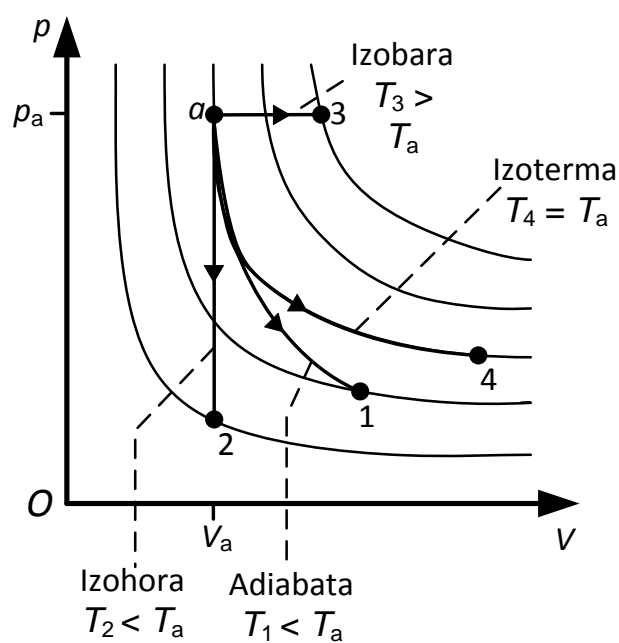


Slika 7: Politropska preobrazba

Enačba politrope :

$$p \cdot v^n = K = \text{konst}$$

Ta preobrazba je med izotermno ($n = 1$) in adiabatno preobrazbo ($n = \kappa$) : $1 < n < \kappa$!



Slika 8: Različne preobrazbe

5 Krožni procesi

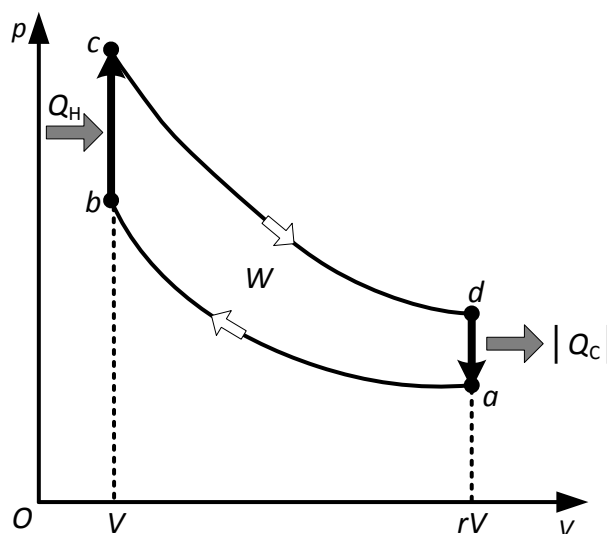
5.1 Ottov cikel

Motorji z notranjim izgorevanjem so batni stroji, kjer dovajamo prikladno gorivo skupaj z zrakom za zgorevanje direktno v notranjost valja. Znotraj cilindra (valja) gorivo zgoreva, toplota, ki se pri tem sprosti povišuje tlak, ki deluje na bat in opravlja mehansko delo.

Pri Otto motorjih zmes goriva in zraka ustvarjamo izven valja. To zmes vsesava bat in se v primernem trenutku vžge z električno iskro. Kot gorivo uporabljamo lahko hlapljiva tekoča in plinasta goriva, ki jih je mogoče lahko mešati z zrakom.

Na sliki 9 je prikazan Ottov cikel. Spodaj je opisan krožen proces celotnega cikla. Od a do b imamo adiabatno kompresijo, ter od c do d adiabatno ekspanzijo.

- a - Vstop mešanice gorivo-zrak v cylinder.
- a-b - Adiabatna kompresija od a do b.
- b-c - Vžig in gorenje pri konstantnem volumnu (dovajanje toplote).
- c-d - Adiabatna ekspanzija.
- d-a – Hlajenje pri konstantnem volumnu (odvajanje toplote).



Slika 9: Ottov cikel

$$Q_H = mc_v(T_c - T_b) > 0$$

$$Q_C = mc_v(T_a - T_d) < 0$$

$$e = \frac{Q_H + Q_C}{Q_H} = \frac{T_c - T_b + T_a - T_d}{T_c - T_b}$$

Upoštevamo kompresijsko razmerje r in koeficient adiabate $\gamma=1,4$.

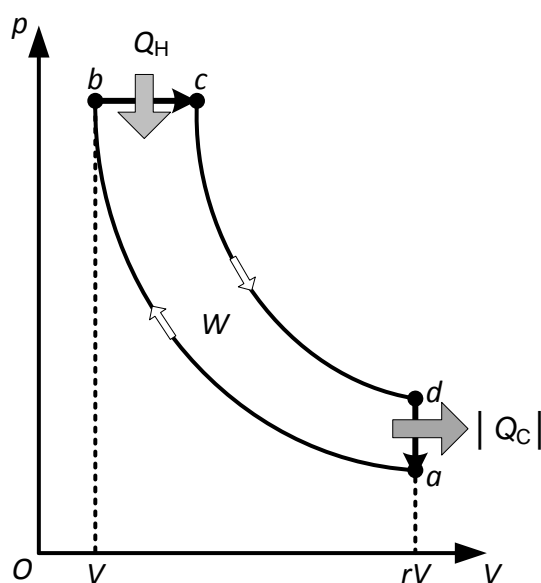
$$e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

Za $r = 8$ in $\gamma = 1,4$ je $e = 56\%$. Če upoštevamo, da mešanica ni idealen plin, trenje, da ne gre za adiabatni proces, nepopolno zgorevanje...dobimo realne izkoristke okrog 35%.

5.2 Diesel-ov cikel

Glavna razlika je, da v začetku kompresije ni goriva v cilindru. Gorivo se vbrizga tik pred ekspanzijo.

- a-b - Adiabatna kompresija zraka od a do b.
- b-c – Vbrizg goriva (vzdržuje se konstanten tlak), gorenje pri konstantnem tlaku (dovajanje toplote).
- c-d - Adiabatna ekspanzija.
- d-a – Hlajenje pri konstantnem volumnu (odvajanje toplote).



Slika 10: Diesel-ov cikel

V mrtvem položaju b, se začne vbrizgavanje goriva v valj. Gorivo, ki v obliki fine meglice pride v valj se meša z zrakom in takoj vžge zaradi visoke temperature zraka in zgoreva tako kot prihaja. Gorivo zgoreva postopoma tako kot vstopa. Zgorevanje, dovajanje toplote se opravi pri stalnem tlaku ($p = \text{konst.}$). ostale faze pa so enake kot pri procesu v Otto motorju.

Ker v ciklu kompresije v cilindru ni goriva, ne pride do prezgodnjega vžiga, zato lahko motor obratuje pri višji kompresiji (tipični r so 15-20). Teoretični izkoristek znaša 65 – 70%. Dejanski izkoristek je precej manjši.

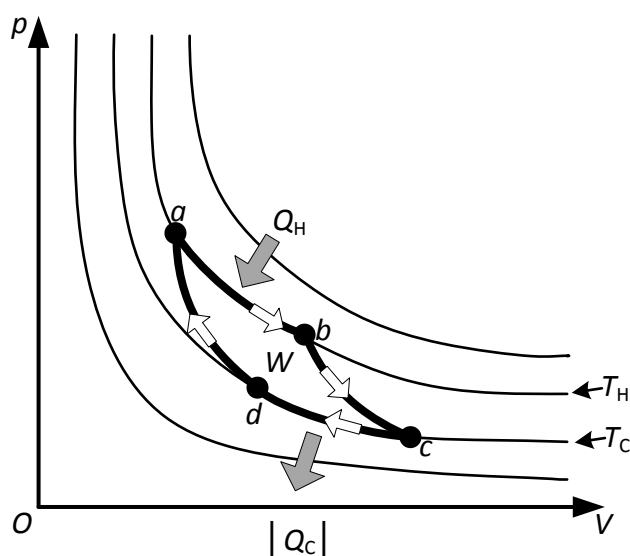
5.3 Carnot-ov cikel

Carnotov krožni proces je sestavljen iz štirih povračljivih parcialnih procesov, iz dveh izoterm in dveh adiabat.

Noben toplotni stroj, ki deluje med temperaturama T_H in T_C ne more biti bolj učinkovit od Carnotovega stroja med enakima temperaturama. Vsi Carnotovi stroji med enakima temperaturama imajo isti izkoristek. Zadosten pogoj za toplotni stroj z maksimalnim izkoristkom je, da se izognemo vsem ireverzibilnim procesom. Ker je pretok toplote med telesi z različnimi temperaturami ireverzibilen proces, se moramo takemu delovanju izogniti. Zaradi tega mora izmenjava toplote potekati pri konstantni temperaturi, kjer sta medij in rezervoar (vroči ali hladni) na isti temperaturi kot medij. Pri prehodu medija med izotermami pa ne sme biti izmenjave toplote (adiabata).

Cikel za idealen plin:

- a-b – Izotermna ekspanzija pri T_H , prejem toplote Q_H .
- b-c – Adiatna ekspanzija do temperature T_C .
- c-d - Izotermna kompresija pri T_C , oddaja toplote Q_C .
- d-a – Adiatna kompresija do temperature T_H .



Slika 11: Carnot-ov cikel

$$e = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

Kelvinova lestvica je neodvisna od medija in proporcionalna toploti, ki se izmenjuje s hladnim oz. vročim rezervoarjem. Izkoristek stroja bi bil 100 % pri $T_C = 0^\circ \text{K}$ ($\Rightarrow Q_C = 0$, izotermna sprememba brez izmenjave toplote).

5.4 Krožni proces za vodno paro

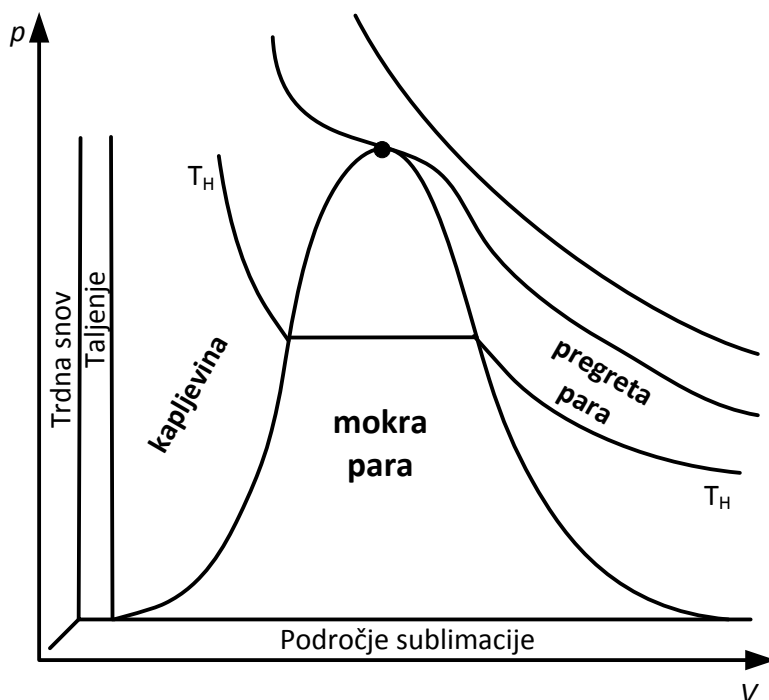
5.4.1 Diagrami stanja za vodo

Za vsako snov se lahko prikaže diagram stanja – tako tudi za vodo.

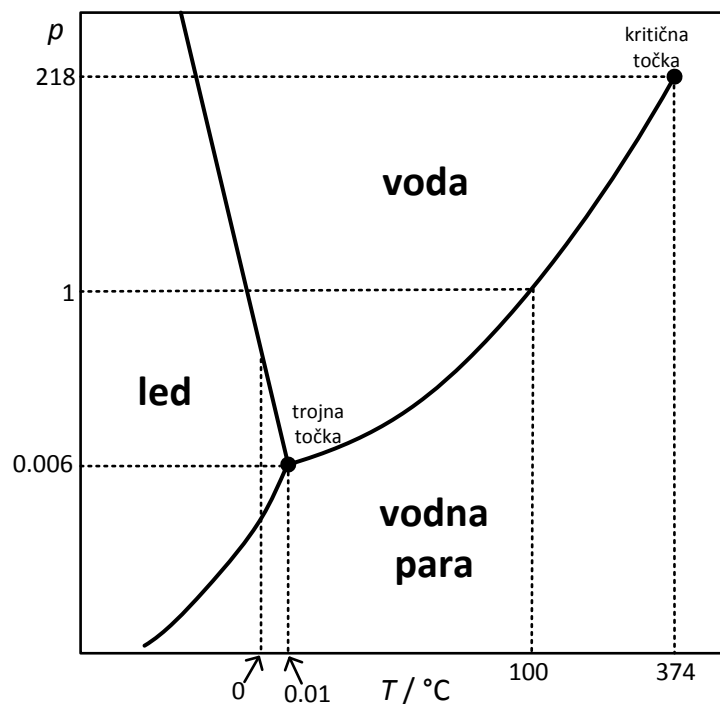
Za vodo so značilna naslednja stanja: plinasto, kapljevinoasto in trdno, ter področja ko sofazno nastopata dve fazi: področje mokre pare (kapljevina - plin), taljenja (kapljevina - trdna snov) in sublimacije (trdna snov - plin).

Specifična področja:

- Talilna krivulja: trdna snov se začne taliti, pojavlja se kapljevina,
- strjevalna krivulja: snov se začne strjevati, če toploto odvezujemo,
- vrelna krivulja (spodnja mejna krivulja): loči področje kapljevine in področje mokre pare,
- rosilna krivulja (zgornja mejna krivulja): loči področje mokre pare in plinastega stanja vode.



Slika 12: Diagram stanja za vodo



Slika 13: Prikaz trojne točke

Trojna točka je termodinamsko stanje, opredeljeno s temperaturo in tlakom, pri kateri lahko vse tri faze (plinasta, kapljevinska in trdna) soobstojajo v termodinamskem ravnovesju.

Trojna točka vode je pri temperaturi 273,16 K (0,01 °C) in parnem tlaku 611,73 Pa (približno 0,6 % normalnega zračnega tlaka). S trojno točko vode sta definirani Celzijeva in absolutna temperaturna lestvica. Vrednost trojne točke vode je tako definicija, ne izmerjena vrednost.

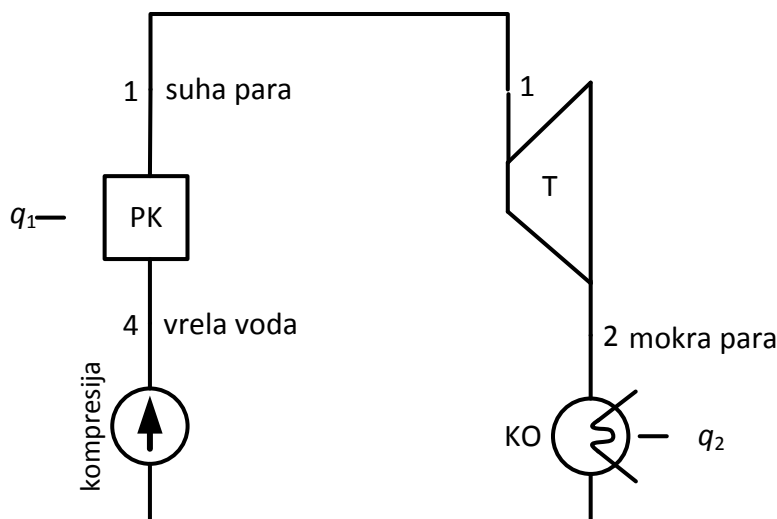
5.5 Carnotov proces za vodno paro

Cikel za vodno paro:

- 4-1 – Uparjanje v parnem kotlu, dovajanje toplote Q_1 (v točki 4 vrela voda, v točki 1 suha para, $T_1=T_4$, poteka pri konstantnem tlaku).
- 1-2 – Adiabatna ekspanzija do temperature T_2 (suha para ekspandira v mokro paro).
- 2-3 – Kondenzacija v kondenzatorju, oddaja toplote Q_2 ($T_2=T_3$, poteka pri konstantnem tlaku).
- 3-4 – Adiabatna kompresija.

Termični izkoristek:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$



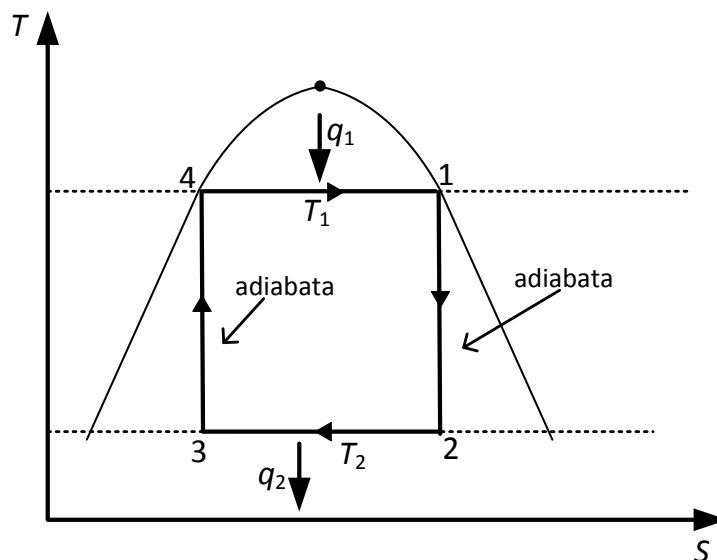
Slika 14 :Shema termoelektrarne

Proces uparjanja v parnem kotlu PK je prikazan v $T-s$ diagramu s premico 4-1 ($T_4 = T_1 = \text{konst.}$) v $p-v$ diagramu pa ($p_1 = p_4 = \text{konst.}$). Začetno stanje točke 4 na sliki 14 odговarja vreli vodi temperature $T_4 = T_1$.

V parni turbini T suha para ekspandira po adiabatni (1-2) od tlaka p_1 na tlak p_2 in preide v mokro paro (2), ki kondenzira v parnem kondenzatorju K pri konstantnem tlaku ($p_2 = p_3$) in stalni temperaturi ($T_2 = T_3$).

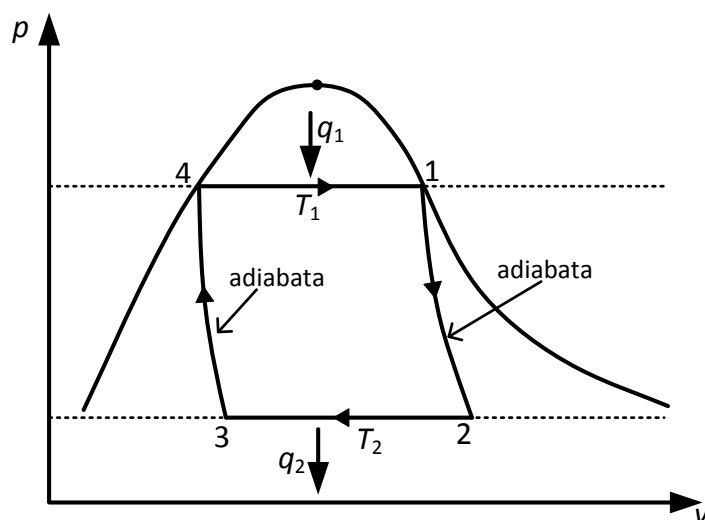
V točki 3 kondenzacija preneha, nadaljuje pa se adiabatna kompresija (3-4) tako, da spet dobimo vrelo vodo z začetnim stanjem (p_4, T_4) in krožni proces je sklenjen.

Na sliki 15 je prikazan Carnotov krožni proces za vodno paro v $T-s$ diagramu



Slika 15: T-s diagram

Carnotov krožni proces za vodno paro je prikazan s p-v diagramom na sliki 16.



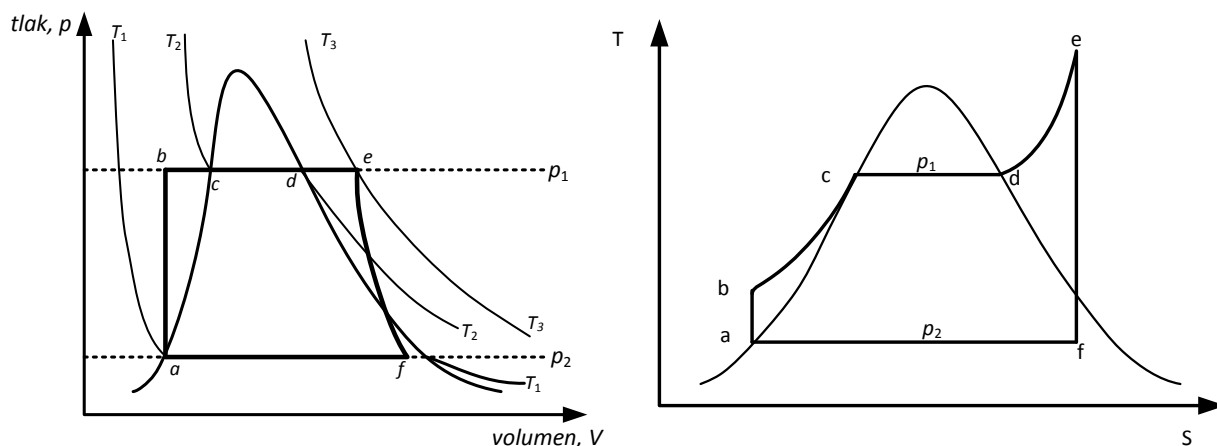
Slika 16: p-v diagram

5.6 Rankine-Clausiusov proces za vodno paro

Od Carnotovega se razlikuje po tem, da para v kondenzatorju popolnoma kondenzira, kar olajša izvedbo kompresorja (črpalke). Na spodnjih slikah je upoštevano tudi pregrevanje pare, kar izboljša termični izkoristek.

Cikel:

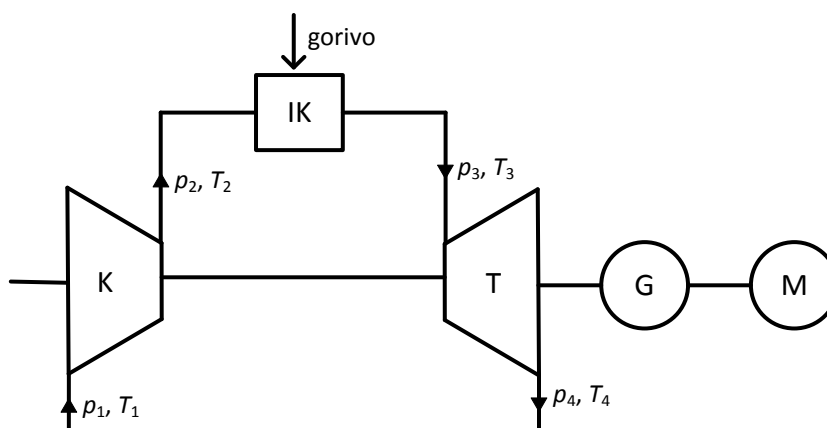
- a-b - Adiatna kompresija.
- b-c-d-e – Dovajanje toplote Q_1 , uparjanje v parnem kotlu, pregrevanje pare (d-e), poteka pri konstantnem tlaku.
- e-f – Adiatna ekspanzija (pregreta para ekspandira v mokro paro).



Slika 17: Rankine- Clausov krožni proces za vodno paro

5.7 Cikel v plinski turbini

Kompresor K sesa zrak iz atmosfere in ga tlači v komoro za izgorevanje IK, kamor dovajamo gorivo v tekočem ali plinastem stanju. Zgorevanje je kontinuirano, ob konstantnem tlaku. Pline iz komore dovajamo do plinske turbine T v kateri ekspandirajo do atmosferskega tlaka.

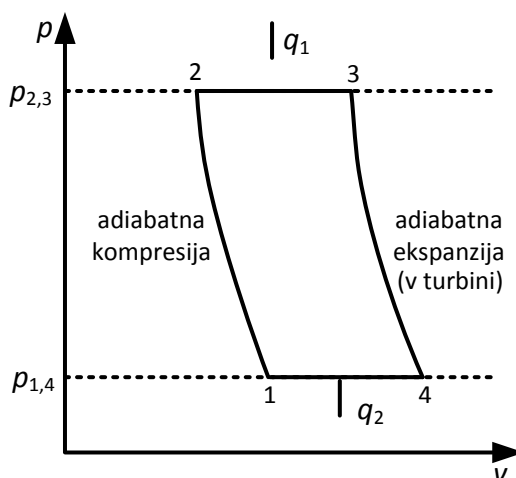


Slika 18: Shema postroja s plinsko turbino

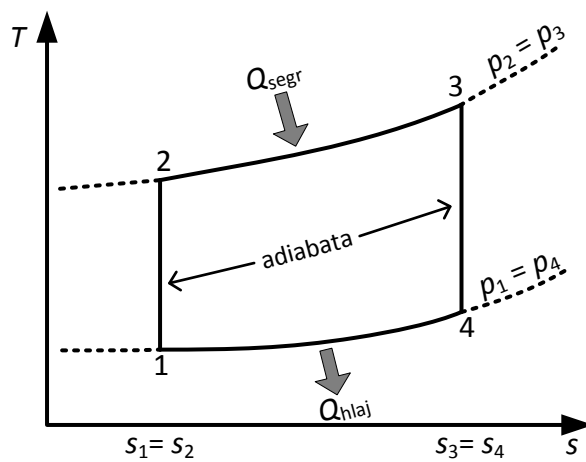
Cikel v plinski turbini (odprt proces):

- 1-2 – Adiabatsna kompresija; kompresor sesa zrak pri atmosferskem tlaku in temperaturi in ga tlači v komoro IK.
- 2-3 – Dovajanje toplote pri konstantnem tlaku (zgorevanje v komori).
- 3-4 – Adiabatsna ekspanzija v turbini do atmosferskega tlaka.
- 4-1 – Hlajenje pri konstantnem (atmosferskem tlaku).

Proces v plinski turbini, brez izgub je prikazan v p-v diagramu na sliki 19.



Slika 19: Osnovni proces v plinski turbini



Slika 20: T- s diagram

6 Naloge

6.1 Vaja 1

Kolikšna je gostota plina pri tlaku 1 bar in temperaturi 150 °C, če 0,668 kg tega plina zavzema pri tlaku 1 bar in temperaturi 15 °C volumen 0,5 m³ ?

Podatki :

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 \text{ bar} & p_2 &= 1 \text{ bar} \\ T_1 &= 150 \text{ }^\circ\text{C} = 423 \text{ K} & T_2 &= 15 \text{ }^\circ\text{C} = 288 \text{ K} \\ m &= 0,668 \text{ kg} & V &= 0,5 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T$$

$$p_1 \cdot V_1 = m \cdot R' \cdot T_1$$

$$p_2 \cdot V_2 = m \cdot R' \cdot T_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R} = \frac{m \cdot T_2}{p_2 \cdot V_2}$$

$$\rho = \frac{m}{V_1} = \frac{p_1}{R \cdot T_1} = \frac{p_1}{T_1} \cdot \frac{1}{R} = \frac{p_1}{T_1} \cdot \frac{m \cdot T_2}{p_2 \cdot V_2} = \frac{m}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \frac{0,668 \text{ kg}}{0,5 \text{ m}^3} \cdot \frac{288 \text{ K}}{423 \text{ K}} = 0,91 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Gostota plina je 0,91 kg/m³.

6.2 Vaja 2

Kolikšen mora biti tlak v jeklenki z volumnom 14 l , da spravimo vanjo 2,6 kg kisika, pri temperaturi 20 °C ?

Podatki :

$$\begin{aligned} R' &= 259,8 \text{ J/kgK} \\ V &= 14 \text{ l} = 14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ T &= 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293 \text{ K} \end{aligned}$$

$$p \cdot V = m \cdot R' \cdot T \quad \Rightarrow \quad p = \frac{m \cdot R' \cdot T}{V} = \frac{2,6 \text{ kg} \cdot 259,8 \text{ J/kgK} \cdot 293 \text{ K}}{14 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 141,4 \text{ bar}$$

Tlak mora biti 141,4 bar-a.

6.3 Vaja 3

Dizelski motor sesa zrak pri tlaku 884 mbar in temperaturi 100 °C. Komprimiraj ga politropno $n = 1,3$. Do kolikšnega tlaka je potrebno komprimirati zrak, da dobimo vžigno temperaturo goriva 650 °C ?

Podatki :

$$p_1 = 884 \text{ mbar} = 88400 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 373 \text{ K}$$

$$T_2 = 650 \text{ }^\circ\text{C} = 923 \text{ K}$$

$$n = 1,3$$

eno atomni plin : $\kappa = 1,66$

dvo atomni plin : $\kappa = 1,4$ (zrak)

tri atomni plin : $\kappa = 1,3$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^n = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 884 \text{ mbar} \cdot \left(\frac{923 \text{ K}}{373 \text{ K}}\right)^{\frac{1,3}{1,3-1}} = 44,8 \text{ bar}$$

Zrak je treba komprimirati do tlaka 44,8 bar-ov.

6.4 Vaja 4

0,8 m³ zraka s tlakom 3 bar in temperaturo 150 °C ohladimo pri konstantnem volumnu tako, da pade tlak na 2 bar-a . Kolikšna je končna temperatura in koliko toplote je potrebno odvesti ?

Podatki :

$$V = 0,8 \text{ m}^3$$

$$p_1 = 3 \text{ bar}$$

$$T_1 = 150 \text{ }^\circ\text{C} = 423 \text{ K}$$

$$V_1 = V_2$$

$$p_2 = 2 \text{ bar}$$

dvo atomni plin : $\kappa = 1,4$ (zrak)

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 423 \text{ K} \cdot \left(\frac{2 \text{ bar}}{3 \text{ bar}}\right) = 282 \text{ K} = 9^\circ \text{ C}$$

$$p_1 \cdot V = m \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow m = \frac{p_1 \cdot V}{R \cdot T_1} = \frac{3 \cdot 10^5 \cdot 0,8}{287 \cdot 423} = 1,98 \text{ Kg}$$

$$c_v = \frac{R'}{\kappa - 1}$$

$$Q = q \cdot m = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = \frac{p_1 \cdot v}{R' \cdot T_1} \cdot \frac{R'}{\kappa - 1} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{p_1 \cdot v}{\kappa - 1} \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,8 \text{ m}^3}{1,4 - 1} \cdot \left(\frac{423 \text{ K}}{282 \text{ K}} - 1 \right) = 200 \text{ kJ}$$

Da ohladimo zrak na končno temperaturo 9 °C moramo odvesti 200 kJ toplote.

6.5 Vaja 5

Kolikšen je kompresijski prostor dizelskega motorja s premerom valja 50 cm in gibom 60 cm, če je temperatura po končani kompresiji 600 °C? Tlak zraka pred pričetkom kompresije je 1 bar, temperatura pa 90 °C. Kompresija je politropna $n = 1,33$. Kolikšen je tlak po končani kompresiji? Razlika volumna je celoten volumen valja.

Podatki :

$$d = 0,5 \text{ m}$$

$$l = 0,6 \text{ m}$$

$$T_2 = 600 \text{ }^\circ\text{C} = 873 \text{ K}$$

$$p_1 = 1 \text{ bar} = 100000 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 90 \text{ }^\circ\text{C} = 363 \text{ K}$$

$$n = 1,33$$

$$V_1 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot l = \pi \cdot \left(\frac{0,5 \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 0,6 \text{ m} = 0,118 \text{ m}^3$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} = 1 \text{ bar} \cdot \left(\frac{873 \text{ K}}{363 \text{ K}} \right)^{\frac{1,33}{1,33-1}} = 34,35 \text{ bar}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^n \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 0,118 \text{ m}^3 \cdot \left(\frac{1 \text{ bar}}{34,35 \text{ bar}} \right)^{\frac{1}{1,33}} = 8,26 \text{ dm}^3$$

Kompresijski prostor ima volumen 8,26 dm³, tlak po končani kompresiji pa je 34,35 bar-a.

6.6 Vaja 6

Kolikšen je eksponent politrope, ki gre skozi točke stanja idealnega plina? Stanja so:

Podatki :

$$p_1 = 2 \text{ bar}$$

$$T_1 = 123 \text{ }^\circ\text{C} = 396 \text{ K}$$

$$p_2 = 14 \text{ bar}$$

$$T_2 = 227 \text{ }^\circ\text{C} = 500 \text{ K}$$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$n \cdot \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = (n-1) \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = n \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) - \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$n \cdot \left[\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) - \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\right] = -\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$n = \frac{-\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}{\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) - \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)} = \frac{-\ln\left(\frac{2 \text{ bar}}{14 \text{ bar}}\right)}{\ln\left(\frac{396 \text{ K}}{500 \text{ K}}\right) - \ln\left(\frac{2 \text{ bar}}{14 \text{ bar}}\right)} = 1,136$$

Eksponent politrope, ki ustreza podanim točkam stanja je $n = 1,136$.

6.7 Vaja 7

1 kg idealnega plina s temperaturo $127 \text{ }^\circ\text{C}$ ekspandira izentropno (adiabata) na 3-kratni začetni volumen. Pri tem pade temperatura na $31 \text{ }^\circ\text{C}$. Med ekspanzijo pridobimo $49,8 \text{ kJ}$ dela. Izračunajte konstanti c_p in c_v . Kolikšna je plinska konstanta ?

Podatki :

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$T_1 = 127 \text{ }^\circ\text{C} = 400 \text{ K}$$

$$V_2 = 3 \cdot V_1$$

$$T_2 = 31 \text{ }^\circ\text{C} = 304 \text{ K}$$

$$W_0 = 49,8 \text{ kJ}$$

Adiabata – izoliran sistem : $\Delta Q = 0$

$$dq = du + p \cdot dv = 0 \quad (\Delta Q = 0) \Rightarrow du = -p \cdot dv$$

$$w_0 = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv \approx m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

Zunanje delo je se opravi na račun toplote.

.

$$w_0 = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$c_v = \frac{w_0}{m \cdot (T_1 - T_2)} = \frac{49,8 \cdot 10^3 \text{ J}}{1 \text{ kg} \cdot (400 \text{ K} - 304 \text{ K})} = 518,75 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$R = c_p - c_v \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1}$$

$$\ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = (\kappa - 1) \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\kappa = \frac{\ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right)}{\ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)} + 1 = \frac{\ln \left(\frac{400 \text{ K}}{304 \text{ K}} \right)}{\ln \left(\frac{3 \cdot V_1}{V_1} \right)} + 1 = 1,25$$

$$c_p = \kappa \cdot c_v = 1,25 \cdot 518,75 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 648,44 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$R = c_p - c_v = 648,44 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} - 518,75 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 129,69 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

6.8 Vaja 8

1m³ zraka tlaka 10 barov ekspandira politropno n=1,3 na 2 bara. Kolikšen je končni volumen ? Kakšna je izmenjava toplote ? Kolikšno je delo ? Kolikšna je sprememba notranje energije ? Kolikšna je sprememba entalpije ?

Podatki :

$$V_1 = 1 \text{ m}^3$$

$$p_1 = 10 \text{ bar}$$

$$p_2 = 2 \text{ bar}$$

$$R' = 287 \text{ J/kgK}$$

$$n = 1,3$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^n \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 1 \text{ m}^3 \cdot \left(\frac{10 \text{ bar}}{2 \text{ bar}} \right)^{\frac{1}{1,3}} = 3,45 \text{ m}^3$$

$$W_0 = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = \frac{p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2}{n-1} = \frac{(10 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}^3 - 2 \text{ Pa} \cdot 3,45 \text{ m}^3) \cdot 10^5}{1,3-1} = 1,03 \text{ MJ}$$

$$dq = du + p \cdot dv \quad du = c_v \cdot \Delta T \quad p \cdot v = m \cdot R \cdot T$$

$$R = c_p - c_v ; \kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad c_v = \frac{R}{\kappa - 1} \quad T = \frac{p \cdot v}{m \cdot R}$$

$$dU = U_2 - U_1 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = \frac{R}{\kappa - 1} \cdot \left(\frac{p_2 \cdot V_2}{R} - \frac{p_1 \cdot V_1}{R} \right) = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1}$$

$$dU = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{\kappa - 1} = \frac{(2 \text{ Pa} \cdot 3,45 \text{ m}^3 - 10 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}^3) \cdot 10^5}{1,4 - 1} = -775 \text{ kJ}$$

$$dQ = dU + W_0 = -775 \text{ kJ} + 1030 \text{ kJ} = 255 \text{ kJ}$$

$$\begin{aligned} \Delta I &= \Delta U + \Delta(p \cdot V) = U_2 - U_1 + p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 = \\ &= -775 \cdot 10^5 \text{ J} + (2 \text{ Pa} \cdot 3,45 \text{ m}^3 - 10 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}^3) \cdot 10^5 \end{aligned}$$

$$\Delta I = -1,09 \text{ MJ}$$

Končni volumen je $V_2 = 3,45 \text{ m}^3$. Pri ekspaniranju je sprememba notranje energije zraka 775 kJ, zunanje delo je 1030 kJ, tako, da je izmenjava toplote enaka 255 kJ.

Vsebnost toplote – entalpija se spremeni za 1090 kJ.

6.9 Vaja 9

Kako visoko se mora človek povzpeti, da porabi energijo obroka 900 kcal? Masa človeka je 60 kg.

$$Q = 900 \text{ kcal}$$

$$m = 60 \text{ kg}$$

1. Zakon termodinamike

$$\Delta U = Q - W$$

Cilj je:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$$

$$Q = 900 \text{ kcal} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kcal}} = 3,77 \text{ MJ}$$

$$W = mgh$$

$$h = \frac{Q}{mg} = \frac{3,77 \text{ MJ}}{60 \text{ kg} \cdot 9,80 \text{ m/s}^2} = 6410 \text{ m}$$

$$\text{J} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} = \text{Ws}$$

PS: Upoštevan je bil 100 % izkoristek pretvorbe energije hrane v mehansko energijo.

6.10 Vaja 10

Kilogram ledu pri $T=0^\circ \text{ C}$ stopimo v vodo pri $T=0^\circ \text{ C}$. Izračunajte spremembo entropije, če je toplota, potrebna za taljenje ledu, $L=3,34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$. Do pretvorbe pride pri 0° C , zato predpostavimo, da je to reverzibilen proces (izmenjava toplote pri različnih T je ireverzibilen proces).

$$Q = mL$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{Q}{T} = \frac{3,34 \cdot 10^5 \text{ J}}{273 \text{ K}} = 1,22 \cdot 10^3 \text{ J/K}$$

Pri ponovni zamrznitvi vode pri enaki temperaturi se entropija spremeni za $\Delta S = -1,22 \cdot 10^3 \text{ J/K}$.

Primer:

1 kg vode pri $T=100^\circ \text{ C}$ damo v kontakt z 1 kg vode pri $T=0^\circ \text{ C}$. Kolikšna je sprememba entropije? Upoštevajmo $c=4190 \text{ J/kgK}$.

Proces vsebuje ireverzibilen pretok toplote, ker sta temperaturi obeh 'rezervoarjev' različni. Končna temperatura je 50° C .

$$\Delta S_{\text{topla}} = mc \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = 1,00 \cdot 4190 \int_{373}^{323} \frac{dT}{T} = 1,00 \cdot 4190 \ln \frac{323}{373} = -603 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{hladna}} = 1,00 \cdot 4190 \ln \frac{323}{273} = +705 \text{ J/K}$$

$$\Delta S = +102 \text{ J/K}$$

Ireverzibilen pretok Q je povezan s porastom entropije. Ko je voda zmešana, ostaja skupna energija enaka, entropija se poveča, izgubi pa se možnost za pretvorbo energije.

6.11 Vaja 11

Kolikšne so prostornina v , entalpija i , notranja energija in entropija $0,6 \text{ kg}$ vodne pare pri 8 barih in $x = 0,8$? Izračunaj relativne in absolutne vrednosti, referenčne naj bodo vrednosti iz priročnika, ki jih primerjaj z tistimi iz Mollierovega diagrama!

Podatki :

$$m = 0,6 \text{ kg}$$

$$p = 8 \text{ bar} = 8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$x = 0,8$$

$$T = 170,4^\circ\text{C} = 443,4 \text{ K}$$

Odčitek iz priročnika :

$$v' = 0,001115 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$i' = 720,9 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$v'' = 0,2403 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$i'' = 2768 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$s' = 2,06 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

$$s'' = 6,660 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

Prostornina:

$$v = v' + x \cdot (v'' - v') = 0,001115 \text{ m}^3 / \text{kg} + 0,8 \cdot (0,2403 \text{ m}^3 / \text{kg} - 0,001115 \text{ m}^3 / \text{kg}) = 0,19246 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$V = m \cdot v = 0,6 \text{ kg} \cdot 0,192463 \text{ m}^3 / \text{kg} = 0,11548 \text{ m}^3$$

Entropija:

$$s = s' + x \cdot (s'' - s') = 2,06 \text{ kJ} / \text{kgK} + 0,8 \cdot (6,660 \text{ kJ} / \text{kgK} - 2,06 \text{ kJ} / \text{kgK}) = 5,737 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\text{Iz Molierovega diagrama: } s \approx 5,75 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$S = m \cdot s = 0,6 \text{ kg} \cdot 5,74 \text{ kJ} / \text{kgK} = 3,442 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Entalpija:

$$i = i' + x \cdot (i'' - i') = 720,9 \text{ kJ} / \text{kg} + 0,8 \cdot (2768 \text{ kJ} / \text{kg} - 720,9 \text{ kJ} / \text{kg}) = 2358,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\text{Iz Molierovega diagrama: } i \approx 2350 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$I = m \cdot i = 0,6 \text{ kg} \cdot 2358,6 \text{ kJ} / \text{kg} = 1415,15 \text{ kJ}$$

Notranja energija:

$$u' = i' - p \cdot v' = 720,9 \text{ kJ} / \text{kg} - 8 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,001115 \text{ m}^3 / \text{kg} = 720,008 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$u'' = i'' - p \cdot v'' = 2768 \text{ kJ} / \text{kg} - 8 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,2403 \text{ m}^3 / \text{kg} = 2575,76 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$u = u' + x \cdot (u'' - u') = 720,008 \text{ kJ} / \text{kg} + 0,8 \cdot (2576,0 \text{ kJ} / \text{kg} - 720,008 \text{ kJ} / \text{kg}) = 2204,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$U = m \cdot u = 0,6 \text{ kg} \cdot 2205 \text{ kJ} / \text{kg} = 1322,8 \text{ kJ}$$

6.12 Vaja 12

Določite toplote, ki so potrebne, da se iz vode temperature $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ proizvede suha nasičena para tlaka 40 bar-ov. Tlak je konstanten.

Podatki :

$$\vartheta_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C} = 273\text{ K}$$

$$\vartheta' = 250,3\text{ }^{\circ}\text{C} = 523,3\text{ K} \quad (\text{priro})$$

$$p_k = 40\text{ bar} = 40 \cdot 10^5\text{ Pa}$$

$$c_{t(100^{\circ}\text{C})} = 4,18$$

$$c_{t(300^{\circ}\text{C})} = 4,418$$

Odčitek iz priročnika :

$$v' = 0,001252\text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$v'' = 0,04975\text{ m}^3 / \text{kg}$$

$$i' = 1087\text{ kJ} / \text{kg}$$

$$i'' = 2800\text{ kJ} / \text{kg}$$

Tu se lepo vidi, da je pri višjem tlaku temperatura vrenja višja.

Vodo moramo spraviti do rosilne krivulje $x = 1$.

Linearna interpolacija:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Najprej gremo do spodnje mejne krivulje :

$$q_t = c_{t(250,4^{\circ}\text{C})} \cdot (\vartheta' - \vartheta_0)$$

$$c_{t(200^{\circ}\text{C})} = \frac{c_{t(100^{\circ}\text{C})} + c_{t(300^{\circ}\text{C})}}{2} = \frac{4,18 + 4,418}{2} = 4,299$$

$$c_{t(250^{\circ}\text{C})} = \frac{c_{t(200^{\circ}\text{C})} + c_{t(300^{\circ}\text{C})}}{2} = \frac{4,299 + 4,418}{2} = 4,36$$

$$q_t = c_{t(250,4^{\circ}\text{C})} \cdot \vartheta' = 4,36 \cdot 250,3\text{ }^{\circ}\text{C} = 1091,31 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

To potrebno dovedeno toploto lahko dobimo na veliko bolj enostaven način, lahko jo kar odčitamo iz priročnika. Vedeti moramo le, da je potrebna dovedena toplota do spodnje mejne krivulje kar enaka entalpiji na spodnji mejni krivulji :

$$q_t = i' = 1087 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Razlika nastane zaradi linearne interpolacije v izračunu. Po podobnem razmišljanju dobimo potrebno dovedeno toploto do zgornje mejne krivulje:

$$i'' = 2800 \frac{kJ}{kg}$$

Sedaj lahko izračunamo vse potrebne toplote :

$$r = i'' - i' = 2800 \text{ kJ/kg} - 1087 \text{ kJ/kg} = 1713 \frac{kJ}{kg}$$

$$\psi = p_k \cdot (v'' - v') = 40 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (0,04975 \text{ m}^3/\text{kg} - 0,001252 \text{ m}^3/\text{kg}) = 194 \frac{kJ}{kg}$$

$$\rho = u'' - u' = r - \psi = 1713 \text{ kJ/kg} - 194 \text{ kJ/kg} = 1519,008 \frac{kJ}{kg}$$

6.13 Vaja 13

V kotlu z volumnom 10 m^3 je 4000 kg vode (mokre pare). Koliko toplote je treba dovesti vodi, da tlak v kotlu naraste od 2 bar na 50 bar -ov, če pri tem ne odvezemamo pare? Kotel ima izkoristek 95% . Za primarno energijo imamo Velenjski lignit s kurilnostjo $9,8 \text{ MJ/kg}$. Koliko je treba dovesti tega premoga, da spravimo kotel od 2 bar na 50 bar -ov ?

Ker pri dviganju tlaka v kotlu pare nič ne odvezemamo imamo opravka z konstantnim volumnom oziroma IZOHORO !

Podatki :

$$V = 10 \text{ m}^3$$

$$m = 4000 \text{ kg}$$

$$p_1 = 2 \text{ bar} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 50 \text{ bar} = 50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$h_f = 9,8 \text{ MJ/kg}$$

Imamo dve delovni točki:

- medij pri 2 bar - 1. točka
- medij pri 50 bar - 2. točka

Priročnik:

$$1. \text{ točka : } T = 120,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v' = 0,001061 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$i' = 504,7 \text{ kJ/kg}$$

$$s' = 1,53 \text{ kJ/kgK}$$

$$v'' = 0,8854 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$i'' = 2706 \text{ kJ/kg}$$

$$s'' = 7,127 \text{ kJ/kgK}$$

$$2. \text{ točka : } T = 263,9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$v' = 0,001286 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$i' = 1155 \text{ kJ/kg}$$

$$s' = 2,921 \text{ kJ/kgK}$$

$$v'' = 0,3943 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$i'' = 2794 \text{ kJ/kg}$$

$$s'' = 5,974 \text{ kJ/kgK}$$

$$v = \frac{V}{m} = \frac{10 \text{ m}^3}{4000 \text{ kg}} = 2,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Procentualna parna deleža za obe točki:

$$v = v' + x(v'' - v')$$

$$x_1 = \frac{v - v'_1}{v''_1 - v'_1} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{kg} - 0,001061 \text{ m}^3 / \text{kg}}{0,8854 \text{ m}^3 / \text{kg} - 0,001061 \text{ m}^3 / \text{kg}} = 1,63 \cdot 10^{-3}$$

$$x_2 = \frac{v - v'_2}{v''_2 - v'_2} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{kg} - 0,001286 \text{ m}^3 / \text{kg}}{0,03943 \text{ m}^3 / \text{kg} - 0,001286 \text{ m}^3 / \text{kg}} = 31,8 \cdot 10^{-3}$$

Količina potrebne dovedene toplote :

$$dq = du + p \cdot dv \quad dv = 0 \quad \Rightarrow \quad dq = du$$

$$\Delta Q = m \cdot \Delta u$$

$$i_2 = i'_2 + x_2 \cdot (i''_2 - i'_2) = 1207,45 \text{ kJ / kg}$$

$$i_1 = i'_1 + x_1 \cdot (i''_1 - i'_1) = 508,22 \text{ kJ / kg}$$

$$\Delta u = (i_2 - i_1) - v \cdot (p_2 - p_1) = 687,23 \text{ kJ}$$

$$\Delta Q = m \cdot \Delta u = 4000 \text{ kg} \cdot 687,23 \text{ kJ} = 2750 \text{ MJ}$$

Za povišanje tlaka pri konstantnem volumnu je potrebno dovesti 2750 MJ toplote.

Potrebna količina dovedenega premoga :

$$W = \frac{\Delta Q}{\eta}$$

$$m = \frac{W \Delta Q}{h \eta} = \frac{2750 \text{ MJ}}{0,95 \cdot 9 \text{ MJ / kg}} = 295 \text{ kg}$$

Da pridemo s kotlom na ustrezne parametre je treba skuriti 295 kg premoga.

6.14 Vaja 14

V kotlu je 10000 kg mokre pare pri tlaku 12 bar-ov. Kolikšen je volumen kotla, če zavzema para 1/10 celotnega volumna ?

Podatki :

$$m = 10000 \text{ kg}$$

V_p ...volumen pare

$$p = 12 \text{ bar} = 12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

V_v ...volumen vode

$$V_p / V = 0,1$$

Potrebni parametri - odčitki iz priročnika :

$$T = 188^{\circ}\text{C}$$

$$v' = 0,001139 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad i' = 798,4 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$v'' = 0,1632 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad i'' = 2783 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$s' = 2,216 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

$$s'' = 6,519 \text{ kJ} / \text{kgK}$$

$$V = V_v + V_p = m \cdot v = m \cdot [x \cdot v'' + v'(1-x)] \Rightarrow V_p = m \cdot x \cdot v''$$

$$\frac{V_p}{V} = 0,1 = \frac{m \cdot x \cdot v''}{V}$$

$$V = \frac{m \cdot x \cdot v''}{0,1} = m \cdot [x \cdot v'' + v'(1-x)] \Rightarrow x = \frac{0,1 \cdot v'}{0,9 \cdot v'' + 0,1 \cdot v'} = \frac{v'}{9 \cdot v'' + v'} = 7,75 \cdot 10^{-4}$$

$$V = 10 \cdot V_p = 10 \cdot m \cdot x \cdot v'' = 10 \cdot 10000 \text{ kg} \cdot 7,75 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1632 \text{ m}^3 / \text{kg} = 12,65 \text{ m}^3$$

Volumen kotla je $12,65 \text{ m}^3$.

6.15 Vaja 15

Plinska turbina obratuje s kompresijskim razmerjem 4, najvišja temperatura v procesu je 650°C , medij je zrak s $\kappa = 1,4$, tlakom 1 bar in temperaturo 20°C . Specifična toplota znaša $1,015 \text{ kJ/kgK}$. Določite tlak in temperaturo v vseh točkah procesa, termični izkoristek, tehnično delo in dovedeno toploto. Proces je odprt.

Podatki:

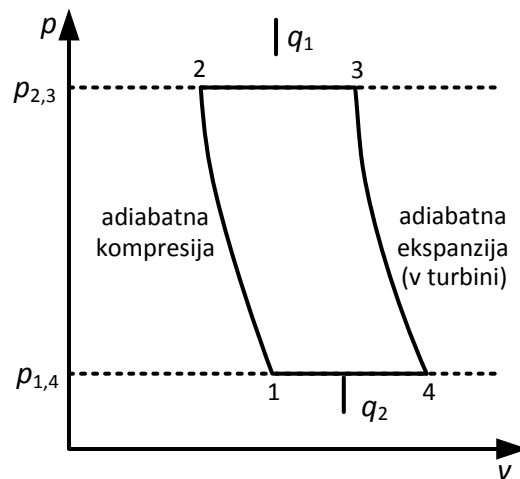
$$p_1 = p_4 = 1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 4$$

$$T_1 = 20^{\circ}\text{C} = 293 \text{ K}$$

$$T_3 = 650^{\circ}\text{C} = 923 \text{ K}$$

dvo atomni plin : $\kappa = 1,4$ (zrak)



Cikel:

- 1-2 adiabatna kompresija
- 2-3 izobarno dodajanje toplote
- 3-4 adiabata – dobimo koristno delo
- 4-1 izobarno oddajanje toplote v ozračje

Vse veličine bodo normirane na kg!

Stanja v posameznih točkah:

Točka 1:

$$p_1 = 1 \text{ bar}$$

$$T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$$

Točka 2:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_2 = 435 \text{ K} = 162 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_2 = 4 \cdot p_1 = 4 \text{ bar}$$

Točka 3:

$$p_3 = p_2 = 4 \text{ bar}$$

$$T_3 = 650 \text{ }^\circ\text{C}$$

Točka 4:

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \Rightarrow T_4 = 621 \text{ K} = 348 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_4 = 1 \text{ bar}$$

$$di = dq + vdp$$

$$dq = 0 \Rightarrow$$

$$di = vdp$$

$$w_t = \int vdp = i_2 - i_1$$

$$dq = c_v dT + pdv$$

$$dq = c_p dT - vdp$$

$$dq = 0 \Rightarrow vdp = c_p dT$$

$$dp = 0 \Rightarrow$$

$$di = dq = c_p dT$$

Tehnično delo (kompresija po adiabatni):

$$w_t = c_p (T_2 - T_1) = 1,015 \cdot (435 - 293) = 144,13 \text{ kJ/kg}$$

Tehnično delo:

- kompresija po adiabatni

$$w_{t12} = c_p (T_2 - T_1) = 1,015 \cdot (435 - 293) = 144,13 \text{ kJ/kg}$$

- ekspanzija po adiabatni

$$w_{t34} = c_p (T_4 - T_3) = 1,015 \cdot (621 - 923) = -306,53 \text{ kJ/kg}$$

Dovedena toplota:

$$q_d = c_p (T_3 - T_2) = 496,6 \text{ kJ/kg}$$

Odvedena toplota:

$$q_{od} = c_p (T_1 - T_4) = -332,92 \text{ kJ/kg}$$

Izkoristek:

$$\eta = \frac{|w_{t12} + w_{t34}|}{q_d} = \frac{162,4 \text{ kJ/kg}}{496,6 \text{ kJ/kg}} = 0,33$$

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0,33$$

6.16 Vaja 16

Pri odprtem procesu plinske turbine s konstantnim dovodom toplote so približni parametri termodinamičnih veličin naslednji: tlak pri vstopu v kompresor je 1 bar, temperatura 60 °C, temperatura pri izstopu iz turbine znaša 500 °C. Tlačno razmerje je 6. Ekspanzija in kompresija sta adiabatni. Delovna snov ima lastnost zraka. Določi veličine stanja v karakterističnih točkah, dovedeno in odvedeno toploto, delo in termični izkoristek!

Podatki:

$$p_2 = p_3 = 6 \text{ bar} = 6 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_1 = p_4 = 1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 60 \text{ °C} = 333 \text{ K}$$

$$T_4 = 500 \text{ °C} = 773 \text{ K}$$

dvo atomni plin : $\kappa = 1,4$ (zrak)

Stanja v posameznih točkah:

Točka 1:

$$p_1 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 60^\circ \text{C} = 333 \text{ K}$$

$$p_1 \cdot v_1 = T_1 \cdot R$$

$$v_1 = \frac{T_1 \cdot R}{p_1} = \frac{333 \text{ K} \cdot 287 \text{ J/kg K}}{10^5 \text{ Pa}} = 0,953 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Točka 2:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^\kappa$$

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0,953 \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{6 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,265 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 333 \text{ K} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 555,6 \text{ K}$$

Točka 4:

$$p_4 \cdot v_4 = T_4 \cdot R'$$

$$v_4 = \frac{T_4 \cdot R'}{p_4} = \frac{773 \text{ K} \cdot 287 \text{ J/kg K}}{10^5 \text{ Pa}} = 2,22 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Točka 3:

$$\frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^\kappa$$

$$v_3 = v_4 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = 2,22 \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{6 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,617 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T_3 = T_4 \cdot \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 773 \text{ K} \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 1290 \text{ K}$$

Dovedena toplota (upoštevamo plinsko enačbo in enačbo za R):

$$pV = RT$$

$$R = c_p - c_v$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\Rightarrow R = \frac{c_p(\kappa - 1)}{\kappa}$$

$$q_{dov} = c_p \cdot (T_3 - T_2) = \frac{\kappa \cdot p_2}{\kappa - 1} \cdot (v_3 - v_2) = \frac{1,4 \cdot 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1,4 - 1} \cdot (0,617 \text{ m}^3/\text{kg} - 0,265 \text{ m}^3/\text{kg})$$

$$q_{dov} = 737 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Odvedena toplota:

$$q_{odv} = c_p \cdot (T_1 - T_4) = \frac{\kappa \cdot p_1}{\kappa - 1} \cdot (v_1 - v_4) = \frac{1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1,4 - 1} \cdot (0,953 \text{ m}^3/\text{kg} - 2,22 \text{ m}^3/\text{kg})$$

$$q_{odv} = -442,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Delo:

$$w = q_{dov} + q_{odv} = 739 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 442 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 294,95 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Termični izkoristek:

$$\eta = \frac{w}{q_{dov}} = \frac{295 \text{ kJ/kg}}{739 \text{ kJ/kg}} = 0,402 = 40 \%$$

To je zgornja meja, ki se jo lahko doseže, tehnološki izkoristek pa je manjši od teoretičnega.

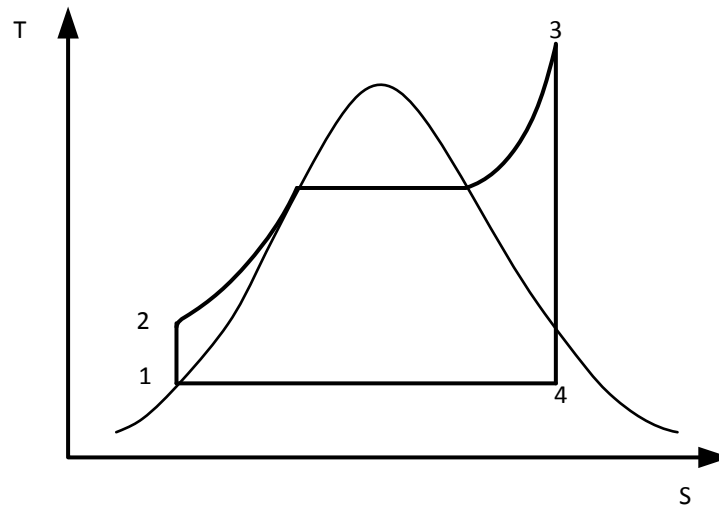
6.17 Vaja 17

Pri idealnem parnem procesu v TE ima para na vходу v turbino temperaturo 530 °C in tlak 150 bar. Tlak v kondenzatorju je 0,1 bar. Določite izkoristek procesa.

$$T_t = 530^\circ\text{C}$$

$$p_t = 150 \text{ bar} = 150 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_k = 0,1 \text{ bar} = 0,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$



Točka 1 (4-1 kondenzacija):

$$p_1 = p_4 = 0,1 \text{ bar}$$

Odčitek iz tabele:

$$T_1 = T_4 = 45,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$i_1 = 191,8 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = 0,649 \text{ kJ/kgK}$$

Točka 2 (1-2 delovanje črpalke):

$$p_2 = 150 \text{ bar}$$

$$\Delta i = v'_1 (p_2 - p_1) = 0,00101 \cdot (150 - 0,1) \cdot 10^5 = 15,14 \text{ kJ/kg}$$

$$i_2 = i_1 + \Delta i = 206,97 \text{ kJ/kg}$$

$$s_2 = s_1 \Rightarrow T_2 \approx 47 \text{ }^\circ\text{C}$$

Točka 3 (2-3, segrevanje pri konstantnem tlaku)

$$p_3 = 150 \text{ bar}$$

$$T_3 = 530 \text{ }^\circ\text{C}$$

Odčitek iz tabele:

$$i_3 = 3394,3 \text{ kJ/kg}$$

$$s_3 = 6,4548 \text{ kJ/kgK}$$

$$dq = di - \int v dp$$

$$dp = 0 \Rightarrow dq = di$$

Točka 4 (3-4 ekspanzija)

$$i_4 = i'_4 + x_4 \cdot (i''_4 - i'_4)$$

$$s_4 = s_3 = 6,4548 \text{ kJ/kgK}$$

$$s'_4 = 0,6493 \text{ kJ/kgK}$$

$$s''_4 = 8,1511 \text{ kJ/kgK}$$

$$x_4 = \frac{s_4 - s'_4}{s''_4 - s'_4} \Rightarrow i_4 = 2043,74 \text{ kJ/kg}$$

Razlike entalpij (delo oziroma dovedena toplota):

$$di = dq + vdp$$

$$s_1 = s_2 \Rightarrow dq = 0 \Rightarrow i_2 - i_1 = \int vdp$$

$$p_1 = p_2 \Rightarrow vdp = 0 \Rightarrow i_2 - i_1 = q$$

$$\Delta i_{\text{črpalka}} = i_2 - i_1 = 15,14 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta i_{\text{kotel}} = i_3 - i_2 = 3187,33 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta i_{\text{turbina}} = i_3 - i_4 = 1350,55 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta i_{\text{kondenzator}} = i_4 - i_1 = 1851,92 \text{ kJ/kg}$$

Izkoristek:

$$\eta = \frac{q_{\text{dov}} - q_{\text{odv}}}{q_{\text{dov}}} = \frac{\Delta i_{\text{kotel}} - \Delta i_{\text{kondenzator}}}{\Delta i_{\text{kotel}}} = \frac{\Delta i_{\text{turbina}} - \Delta i_{\text{črpalka}}}{\Delta i_{\text{kotel}}} = 0,418$$

Izkoristek za Carnotov proces:

$$\eta = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \frac{45,8 - 273}{530 - 273} = 0,603$$

6.18 Vaja 18

Termo elektrarna obratuje s kotlom 510 °C in tlakom 250 barov. Notranji izkoristek turbine je 90 %, ostale izgube znašajo 13 %. Izkoristek generatorja je 96,5 % in izkoristek kotla 88 %. Za kondenzacijo je na razpolago reka, ki omogoča ohladitev na 25 °C. Kolikšen je termodinamičen izkoristek celotne elektrarne in koliko premoga potrebujemo za proizvodnjo 1 kWh električne energije, če uporabljamo premog s kurilnostjo 11 MJ/kg?

Podatki :

$$T_{\text{kotla}} = 510^\circ\text{C}$$

$$p = 250 \text{ bar} = 250 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\eta_{\text{tur}} = 90\% = 0,9$$

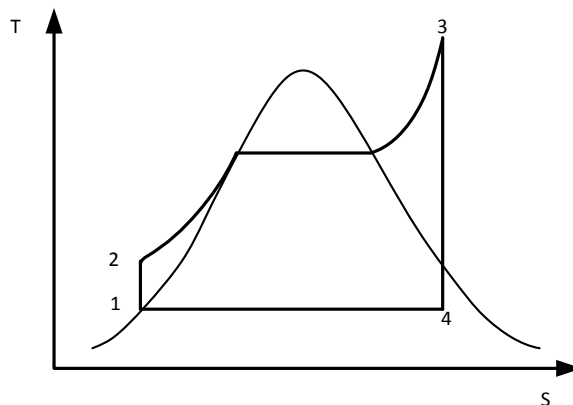
$$\eta_{\text{ostizg}} = 13\% = 0,13$$

$$\eta_{\text{gen}} = 96,5\% = 0,965$$

$$\eta_{\text{kot}} = 88\% = 0,88$$

$$T_{\text{hlad stolp}} = 25^\circ\text{C}$$

$$h_1 = 11 \text{ MJ / kg}$$



Odčitek iz tabel za podano delovno točko:

p = 250 bar			
T [°C]	v ₃ [m ³ /kg]	i ₃ [kJ/kg]	s ₃ [kJ/kgK]
510	0,01147	3202,3	6,0122

Odčitek iz tabel za podano delovno točko 4:

T [°C]	p [bar]	v' [m ³ /kg]	v'' [m ³ /kg]	s' [kJ/kgK]	s'' [kJ/kgK]	i' [kJ/kg]	i'' [kJ/kg]
25	0,03166	0,0010029	43,40	0,3670	8,5592	104,77	2547,3

$$s_{25} = s_3 = s_4$$

$$s_{25} = s'_{25} + x \cdot (s''_{25} - s'_{25}) = s_3 = s_4 = 6,0122 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$x = \frac{s_{25} - s'_{25}}{s''_{25} - s'_{25}} = \frac{6,0122 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} - 0,3670 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}}{8,5592 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} - 0,3670 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}} = 0,68909$$

$$i_{25} = i_4 = i''_{25} \cdot x + i'_{25} \cdot (1 - x) = 2547,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 0,68909 + 104,77 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot (1 - 0,68909) = 1787,893 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Termodinamični izkoristek elektrarne:

$$\eta_{th} = \frac{i_3 - i_4}{i_3 - i_1} = \frac{3202,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 1787,893 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{3202,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 104,77 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,4566 = 45,66 \%$$

Termodinamični izkoristek celotne elektrarne:

$$\eta_{TE} = \prod_{i=1} \eta_i = \eta_{tur} \cdot (1 - \eta_{ostizg}) \cdot \eta_{gen} \cdot \eta_{kot} \cdot \eta_{th} = 0,9 \cdot (1 - 0,13) \cdot 0,965 \cdot 0,88 \cdot 0,4566 = 0,2963$$

$$\eta_{TE} = 29,63 \%$$

Potrebna količina premoga (Lignit) za proizvodnjo 1 kWh električne energije :

$$W = 1 \text{ kWh}$$

$$m = \frac{W}{\eta \cdot h_i} = \frac{1 \text{ kWh}}{0,2963 \cdot 11 \text{ MJ/kg}} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 3600 \text{ J}}{0,2963 \cdot 11 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 1,105 \text{ kg} \approx 1,1 \text{ kg}$$

Za proizvodnjo 1 kWh električne energije potrebujemo 1,1 kg premoga z kurilno vrednostjo 11 MJ/kg.

6.19 Vaja 19

V parni termoelektrarni ima para na izhodu iz kotla tlak 120 barov in temperaturo 450 °C. Para ekspandira adiabatno v visokotlačni turbini do tlaka 25 barov. Sledi vmesno pregrevanje, kjer se para pri konstantnem tlaku znova pregreje na 450 °C. Para ekspandira v nizkotlačnem delu turbine na 0,04 bara. Določite za koliko se zmanjša vlažnost mokre pare na izhodu iz turbine zaradi vmesnega pregrevanja, kolikšen je termični izkoristek (zanemarite delo črpalke) in za koliko se poveša izkoristek zaradi vmesnega pregrevanja.

Podatki :

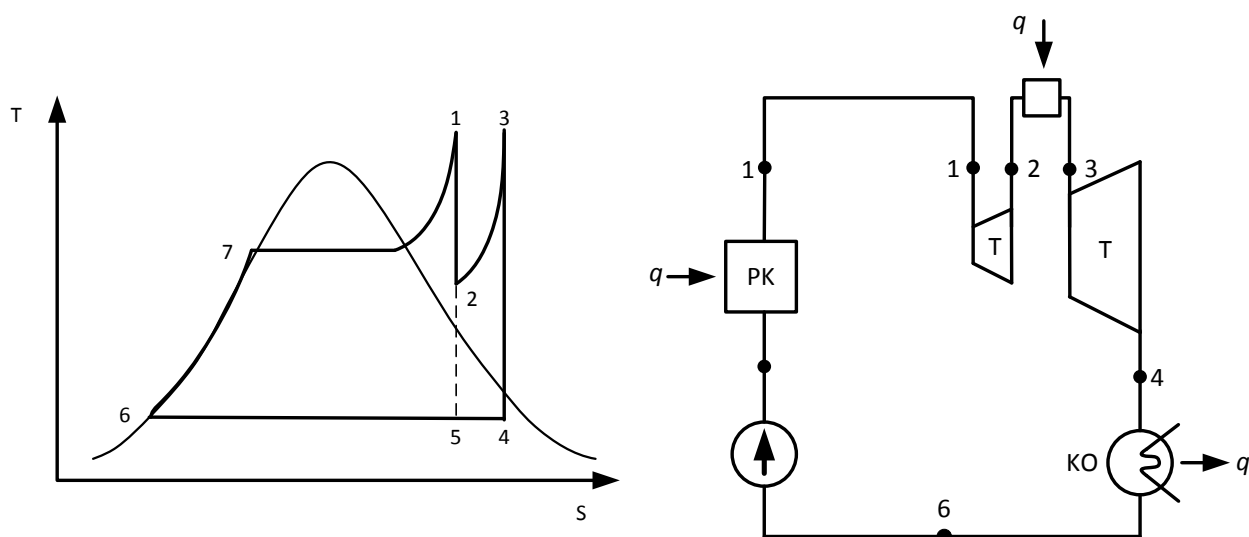
$$T_1 = 450^\circ\text{C}$$

$$p_1 = 120 \text{ bar}$$

$$p_2 = 25 \text{ bar}$$

$$T_3 = 450^\circ\text{C}$$

$$p_4 = 0,04 \text{ bar}$$



Zmanjšanje vlažnosti mokre pare:

$$s_1 = s_2 = s_5 = 6,3028 \frac{kJ}{kgK}$$

$$s'_5 = 0,4224 \frac{kJ}{kgK}$$

$$s''_5 = 8,4734 \frac{kJ}{kgK}$$

$$s_5 = s'_5 + x \cdot (s''_5 - s'_5)$$

$$x_5 = \frac{s_5 - s'_5}{s''_5 - s'_5} = \frac{6,3028 - 0,4224}{8,4734 - 0,4224} = 0,73$$

$$s_3 = s_4 = 7,1767 \frac{kJ}{kgK}$$

$$s'_4 = 0,4224 \frac{kJ}{kgK}$$

$$s''_4 = 8,4734 \frac{kJ}{kgK}$$

$$s_4 = s'_4 + x \cdot (s''_4 - s'_4)$$

$$x_4 = \frac{s_4 - s'_4}{s''_4 - s'_4} = \frac{7,1767 - 0,4224}{8,4734 - 0,4224} = 0,84$$

$$\Delta vI = \frac{0,84 - 0,73}{1 - 0,73} = 0,40$$

Termični izkoristek:

$$\eta_1 = \frac{(i_1 - i_2) + (i_3 - i_4)}{(i_1 - i_6) + (i_3 - i_2)} = \frac{(3209,8 - 2821,8) + (3351,6 - 2164,5)}{(3209,8 - 121,4) + (3351,6 - 2821,8)} = 0,435$$

$$i_4 = i'_4 + x_4 \cdot (i''_4 - i'_4)$$

$$\eta_2 = \frac{i_1 - i_5}{i_1 - i_6} = \frac{3209,8 - 1897,0}{3209,8 - 121,4} = 0,425$$

$$i_5 = i'_5 + x_5 \cdot (i''_5 - i'_5) = 1897,0$$

6.20 Vaja 20

Povprečna kalorična vrednost črnega premoga znaša 24 MJ/kg, ob povprečni vrednosti vsebnosti ogljika (C) 62 %. Ameriški standardi o emisijah omejujejo žveplene emisije na 260 g SO₂ na 10⁶ kJ toplotne moči objekta. Omejitve se nanašajo tudi na prašne delce in sicer 13 g prašnih delcev na 10⁶ kJ toplotne moči. V izračunih predpostavite 2 % povprečno vrednost vsebnosti žvepla (S) in 10 % neizgorljivost mineralov – prahu . Okoli 70 % le tega se ga sprosti v obliko letečega prahu, 30 % pa kot pepela. Upoštevajte izkoristek elektrarne 33 %.

- Izračunaj emisije SO₂, prahu in ogljika (C).

- Kako učinkoviti mora biti čistilna naprava, da so emisije SO_2 znotraj zahtevanih standardov?
- Kako učinkovit mora biti elektrostatični filter, da so emisije prahu znotraj zahtevanih standardov?
- Nariši masne tokove snovi.

Vsi standardi upoštevajo primarno moč.

Podatki:

$$\eta_{el} = 33 \% = 1/3$$

$$\text{omejitev žvepla} = 260 \text{ g } SO_2 / 10^6 \text{ kJ toplote}$$

$$\text{omejitev prahu} = 13 \text{ g prahu} / 10^6 \text{ kJ toplote}$$

$$h_i = 24000 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{povprečna vrednost vsebnosti ogljika (C)} = 62 \%$$

$$\text{povprečna vrednost vsebnosti žvepla (S)} = 2 \%$$

$$10 \% \text{ neizgorljivost mineralov (od tega } 70 \% \text{ leteči prah in } 30 \% \text{ pepel)}$$

Specifična poraba :

$$\eta_{el} = \frac{P_{el}}{P_{th}} = \frac{1}{3}$$

$$1 \text{ kWh}_{el} \rightarrow 3 \text{ kWh}_{th}$$

$$Ws = J$$

$$Wh = J \cdot 3600$$

$$kWh = kJ \cdot 3600$$

$$Q = 3 \cdot 3600 \text{ kJ} = 10800 \text{ kJ za } 1 \text{ kWh}$$

$$q = 10800 \text{ kJ/kWh}_{el}$$

Emisije:

Omejitev emisije žvepla (S – SO_2) :

$$1 \text{ kmol S} + 1 \text{ kmol } O_2 = 1 \text{ kmol } SO_2$$

$$S \cdot 32 \text{ g/mol}$$

$$O_2 \cdot 32 \text{ g/mol}$$

$$1 \text{ kg S} + 1 \text{ kg } O_2 = 2 \text{ kg } SO_2$$

$$m_{S\text{-omejitve}} = \frac{260 \text{ g } SO_2}{10^6 \text{ kJ}} \cdot 10800 \text{ kJ/kWh} = 2,808 \frac{\text{g } SO_2}{kWh} \equiv 1,404 \frac{\text{g S}}{kWh}$$

Omejitev emisije prahu:

$$m_{\text{prah-omejitve}} = \frac{13 \text{ g prahu}}{10^6 \text{ kJ}} \cdot 10800 \text{ kJ/kWh} = 0,1404 \frac{\text{g prahu}}{kWh}$$

Poraba premoga:

$$m_{pr} = \frac{q}{h_i} = \frac{10800 \text{ kJ/kWh}}{24000 \text{ kJ/kg}} = 0,45 \frac{\text{kg}}{\text{kWh}}$$

Omejitev emisije ogljika (C – CO₂):

62 % C

$$m_{C\text{-omejitve}} = m_{pr} \cdot 62 \% = 0,45 \frac{kg}{kWh} \cdot 62 \% = 279 \frac{g \text{ C}}{kWh}$$

1 kmol C + 1 kmol O₂ = 1 kmol CO₂

12 kg C + 32 kg O₂ = 44 kg CO₂

$$m_{CO_2\text{-omejitve}} = m_C \cdot \frac{44}{12} = 279 \frac{g}{kWh} \cdot \frac{44}{12} = 1023 \frac{g \text{ CO}_2}{kWh}$$

Učinkovitost čistilne naprave:

Povprečna vsebnost žvepla je 2 %.

$$m_S = m_{premoaga} \cdot 2 \% = 450 \text{ g} \cdot 2 \% = 9 \text{ g / kWh}$$

$$m_{S\text{-omejitve}} = 1,4 \text{ g / kWh}$$

$$\eta_{\text{čistilna naprava}} = 1 - \frac{m_{S\text{-omejitve}}}{m_S} = 1 - \frac{1,4}{9} = 84,44 \%$$

Učinkovitost elektrostatične čistilne naprave:

10 % mineralov od tega 70 % prašnih delcev.

$$m_{\text{leteci prah}} = m_{premoaga} \cdot 10 \% \cdot 70 \% = 450 \text{ g} \cdot 10 \% \cdot 70 \% = 31,5 \text{ g / kWh}$$

$$m_{\text{prah-omejitve}} = 0,14 \text{ g / kWh}$$

$$\eta_{\text{ESčistilna naprava}} = 1 - \frac{m_{\text{leteci prah-omejitve}}}{m_{\text{leteci prah}}} = 1 - \frac{0,14 \text{ g / kWh}}{31,5 \text{ g / kWh}} = 99,56 \%$$

Masni tokovi :

